



MODÉLISATION D'UN FOUR.

La modélisation (équation thermique) d'un four thermique est décrite par l'équation différentielle suivante

$$2 \cdot \frac{d^2 s(t)}{dt^2} + 6\alpha \cdot \frac{ds(t)}{dt} + 4\alpha^2 \cdot s(t) = K \cdot e(t)$$

où :

$e(t)$ représente la température de consigne,
 $s(t)$ représente la température du four,
 α et K sont des constantes réelles positives.



On suppose que les conditions initiales sont nulles : $s(0)=s'(0)=0$.

Question 1 : Déterminer la transformée de Laplace de l'équation précédente. En déduire $S(p)$ en fonction de $E(p)$. Puis la fonction de transfert du système $H(p)$, en précisant son ordre, sa classe et le gain.

Question 2 : Sachant que $e(t)$ est un échelon d'amplitude E_c , déterminer $e(t)$ puis $E(p)$.

Question 3 : En déduire $S(p)$ en fonction des constantes α , K et E_c .

Question 4 : Déterminer les limites de $s(t)$ en $0+$ et $+\infty$ selon les théorèmes de la valeur initiale et finale. Puis déterminer la pente de la tangente à l'origine, et enfin tracer l'allure de $s(t)$.

Question 5 : Que faut-il faire pour que le système soit précis ?

Question 6 : Quelle aurait été l'allure de la courbe de $s(t)$, si $s(t)$ et $s'(t)$ avaient eu des conditions initiales (exemple, le four déjà chaud, est dans une phase de montée en température, puis à $t=0s$ on lui donne comme consigne une valeur de température plus faible que celle qu'il a à $t=0s$).

Question 7 : A titre indicatif, déterminer précisément la transformée inverse $s(t)$ de $S(p)$ selon la méthode du cours.