TD - Modéliser les SLCI - Transformée de Laplace

<u>Exercice n°1</u> : *Valeurs initiales et finales d'une fonction*

Déterminer les valeurs suivantes pour les fonctions de transfert données :

1. $Y(p) = \dfrac{1+3p}{(p+1)^2(p+2)}$, $y(0^+)$, $y(\infty)$

2. $Y(p) = \dfrac{1+5p+3p^2}{(p^2+1)(3p+1)}$, $y(0^+)$, $\dfrac{dy}{dt}(0^+)$, $y(\infty)$

<u>Exercice n°2</u> : *Dérivation*

Ecrire les transformées de Laplace de L[f'(t)] et L[f''(t)] avec leurs conditions initiales.
En déduire "logiquement" : L[f'''(t)]

<u>Exercice n°4</u> : *Résolution d'équations différentielles*

Question 1 : *Résoudre l'équation différentielle puis revalider les 2 conditions initiales selon le théorème de la valeur initiale. Puis, déterminer la limite de y(t) en +∞ selon le théorème de la valeur finale.*

$$2.\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 8.\frac{dy(t)}{dt} + 8.y(t) = 3.e^{-t} \quad avec \quad y(0) = 1 \quad et \quad y'(0) = -5$$

Question 2: *Résoudre l'équation différentielle pour les 2 CI suivantes :* ***CI nulles*** *puis,* ***x(0)=1 et x'(0)=0,5***

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + y(t) = 8\sin(3t)$$

Question 3 : *Résoudre l'équation différentielle (avec les conditions d'Heaviside) et tracer l'allure de y(t)*

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 5\frac{dy(t)}{dt} + 6y(t) = 6$$

Question 4 : *Résoudre l'équation différentielle avec CI : y(o)=2, y'(0)=2 et tracer l'allure de y(t)*

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 5\frac{dy(t)}{dt} + 6y(t) = 6$$

Question 5 : *Résoudre l'équation différentielle (avec les conditions d'Heaviside) et tracer l'allure de y(t)*

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6y(t) = 6$$

Question 6 : *Résoudre l'équation différentielle à racines complexes*

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2.\frac{dy(t)}{dt} + y(t) + 1.u(t) = \sin(2.t).u(t) \text{ avec } y(0) = 1 \text{ et } \dot{y}(0) = 0,5$$

Exercice n°5 : *Transformées inverses de Laplace*

Question 1 : *Déterminer la transformée de Laplace inverse de* $X(p) = \dfrac{2.p + 5}{2.p + 11}$ *et tracer l'allure de x(t).*

Question 2 : *Déterminer l'original des fonctions de transfert suivantes :*

Soit $F(p) = \dfrac{p + 1}{p\ (p^2 + p + 1)}$ la transformée de Laplace de f(t).

1- *Déterminer les valeurs initiale et finale de f(t).*
2- *Déterminer les valeurs initiale et finale de la fonction dérivée f' (t).*
3- *Décomposer F(p) en éléments simples. En déduire l'expression de f(t).*
4- *Tracer f(t).*