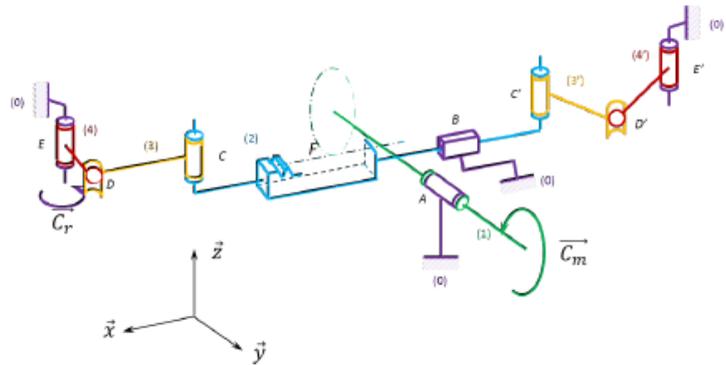


Cycle 4: Modélisation, prévision et vérification du comportement statique des systèmes mécaniques

Chapitre 2 : Principe fondamental de la statique - PFS -



Direction assistée électrique de Clio [1]



Modélisation cinématique de la DAE de Twingo

Sur un véhicule automobile, la direction assistée permet d'aider le conducteur à diriger le véhicule en fonction de sa vitesse. En effet, à basse vitesse, l'adhérence entre les pneus et le sol rend difficile les manœuvres. Sur le système de direction assistée présenté ci-dessus, un moteur électrique lié à la colonne de direction par l'intermédiaire d'un réducteur roue-vis sans fin permet de restituer un couple d'assistance.

On cherche à dimensionner le moteur électrique pour qu'il fournisse un couple suffisant dans le but d'aider le conducteur.

Problématique

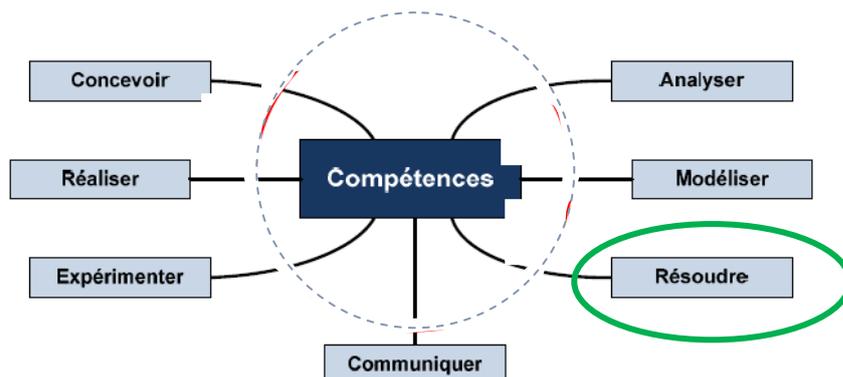
PROBLÉMATIQUE :

- Comment calculer les efforts dans les liaisons d'un système mécanique ?

Savoir

SAVOIRS :

- Isoler un système mécanique et faire l'inventaire des actions extérieures appliquées
- Appliquer le Principe Fondamental de la statique PFS
- Théorème des actions réciproques



Sommaire

<u>1^{ère} étape : pb plan ou spatial</u>	3
<u>2^{ème} étape : isoler un système de solide(s)</u>	3
<u>3^{ème} étape : faire le BAME</u>	3
<u>4^{ème} étape : appliquer le PFS</u>	4
<u>SYNTHESE méthodologique de résolution</u>	5



1^{ère} étape : PROBLEME PLAN ou PROBLEME SPATIAL ?

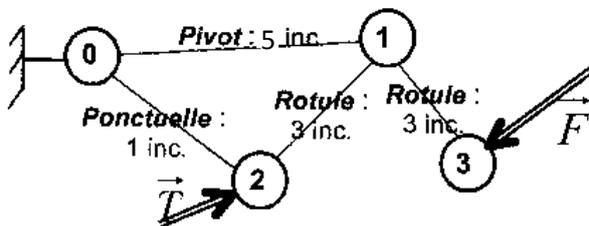
Un problème est PLAN si :

- le mécanisme admet pour sa géométrie un plan de symétrie
- toutes les actions mécaniques sont contenues dans ce même plan de symétrie

sinon le problème est SPATIAL.

2^{ème} étape : ISOLER UN SYSTEME DE SOLIDE(S)

- Réaliser le GRAPHE DE STRUCTURE du mécanisme



- Indiquer :
 - les efforts extérieurs,
 - les inconnues de liaisons

Un problème de statique lié à un système isolé est résolvable si : *nombre d'inconnues ≤ nombre d'équations*

Nota :
 . 6 équations pour un problème spatial
 . 3 équations pour un problème plan

3^{ème} étape : Faire le BILAN des ACTIONS MECANQUES EXTERIEURES appliquées au système isolé

<ul style="list-style-type: none"> ▪ torseur d'une action mécanique de type : A DISTANCE (pesanteur, champ électromagnétique) 	<p>exemple :</p>	$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\text{pes} \rightarrow S) = \vec{P} \\ \vec{M}_G(\text{pes} \rightarrow S) = \vec{0} \end{array} \right.$			
<ul style="list-style-type: none"> ▪ torseur d'une action mécanique de type : DE CONTACT (liaison, effort extérieur, fluide sur surface plane...) <p>exemple pour une liaison parfaite :</p>		Liaison entre 1 et 2	Mobilité	Pb spatial	Pb plan (A, \vec{y}, \vec{z})
PIVOT d'axe (A, \vec{x})					
		$- R_x$ $- -$ $- -$	$\left\{ \begin{array}{l} X_{12} \quad 0 \\ Y_{12} \quad M_{12} \\ Z_{12} \quad N_{12} \end{array} \right\}_{A, \vec{x}}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0 \quad 0 \\ Y_{12} \quad 0 \\ Z_{12} \quad 0 \end{array} \right\}_{A, \vec{y}}$	

IMPORTANT : CAS DES PROBLEMES PLANS

Dans la cas de problèmes plans (tous les efforts sont dans le même plan), le torseur associé à une action mécanique peut être simplifié à 3 inconnues (au lieu de 6) :

- les composantes de la résultante contenues dans le plan de symétrie,
- la composante du moment porté par l'axe perpendiculaire au plan de symétrie.



4^{ème} étape : Appliquer le PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE (P.F.S) au système isolé

4-1 Ecriture du Principe Fondamental de la Statique :

Pour n torseurs d'actions mécaniques agissant sur S :

$$\begin{aligned} & \mathbf{A}\{ \mathbf{T}_{1/S} \} + \dots + \mathbf{A}\{ \mathbf{T}_{n/S} \} = \mathbf{A}\{ \mathbf{0} \} \\ \Leftrightarrow & \mathbf{A} \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{1/S} \\ \vec{M}_A(\vec{R}_{1/S}) \end{array} \right\} + \dots + \mathbf{A} \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{n/S} \\ \vec{M}_A(\vec{R}_{n/S}) \end{array} \right\} = \mathbf{A} \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{0} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

4-2 Choix du point d'écriture des tous les torseurs :

On choisit le **point d'écriture du torseur comportant le plus grand nombre d'inconnues.**

4-3 TRANSPORT (ou DEPLACEMENT) D'UN TORSEUR d'un point A vers un point B :

Rappel : pour effectuer une somme de torseurs, il faut que tous les torseurs soient écrits au même point

$$\mathbf{A}\{ \mathbf{T}_{1/2} \} = \mathbf{A} \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{1/2} \\ \vec{M}_A(\vec{R}_{1/2}) \end{array} \right\} = \mathbf{A} \left\{ \begin{array}{cc} X_{12} & L_{A,12} \\ Y_{12} & M_{A,12} \\ N_{12} & N_{A,12} \end{array} \right\} \Rightarrow \mathbf{B}\{ \mathbf{T}_{1/2} \} = \mathbf{B} \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{1/2} \\ \vec{M}_B(\vec{R}_{1/2}) \end{array} \right\} = \mathbf{B} \left\{ \begin{array}{cc} X_{12} & L_{B,12} \\ Y_{12} & M_{B,12} \\ N_{12} & N_{B,12} \end{array} \right\}$$

X₁₂, Y₁₂ et Z₁₂ sont invariants et $\vec{M}_B(\vec{R}_{1/2}) = \vec{M}_A(\vec{R}_{1/2}) + \vec{BA} \wedge \vec{R}_{1/2}$

4-4 Ecriture du système d'équations :

- Appliquons le théorème de la résultante statique : (la somme des forces est nulle)

$$\vec{R}_{2/S} + \dots + \vec{R}_{n/S} = \vec{0} \Leftrightarrow \text{d'où 3 équations} \begin{cases} \text{projection } \vec{x}: & X_{2/S} + \dots + X_{n/S} = 0 \\ \text{projection } \vec{y}: & Y_{2/S} + \dots + Y_{n/S} = 0 \\ \text{projection } \vec{z}: & Z_{2/S} + \dots + Z_{n/S} = 0 \end{cases}$$

- Appliquons le théorème du moment statique : (la somme des moment en un même point est nulle)

$$\vec{M}_A(\vec{R}_{2/S}) + \dots + \vec{M}_A(\vec{R}_{n/S}) = \vec{0} \Leftrightarrow \text{d'où 3 équations} \begin{cases} \text{proj } \vec{x}: & L_{2/S} + \dots + L_{n/S} = 0 \\ \text{proj } \vec{y}: & M_{2/S} + \dots + M_{n/S} = 0 \\ \text{proj } \vec{z}: & N_{2/S} + \dots + N_{n/S} = 0 \end{cases}$$

4-4 Résolution du système d'équations :

Après l'écriture des équations déduites des théorèmes de la résultante statique et du moment statique :

on obtient au total :

- **6 équations pour un problème SPATIAL, résolvable avec 6 inconnues maximum.**
- **3 équations pour un problème PLAN, résolvable avec 3 inconnues maximum.**

SYNTHESE: méthodologie de résolution des problèmes de statique

Méthode

Recherche de toutes les inconnues de liaisons

1. Réaliser le graphe de structure
2. Réaliser un bilan complet des actions mécaniques et compléter le graphe de structure
3. Identifier les solides ou les systèmes soumis à l'actions de deux actions mécaniques
4. Rechercher une frontière d'isolement
5. Réaliser le bilan des actions mécaniques extérieures au système (BAME)
6. Écrire le PFS en un point (de préférence un point où un grand nombre de torseurs sont déjà exprimés)
7. Si le nombre d'inconnues est inférieur à 6 on résout le système, sinon on réalise un autre isolement
8. Effectuer l'application numérique

Méthode

Recherche d'une équation

1. Réaliser le graphe de structure
2. Réaliser un bilan complet des actions mécaniques et compléter le graphe de structure
3. Identifier les solides ou les systèmes soumis à l'actions de deux actions mécaniques
4. Rechercher une frontière d'isolement
5. Réaliser le bilan des actions mécaniques extérieures au système (BAME)
6. Observer les torseurs et choisir le théorème à appliquer (théorème de la résultante statique ou du moment statique)
7. Résoudre le système d'équation
8. Effectuer l'application numérique