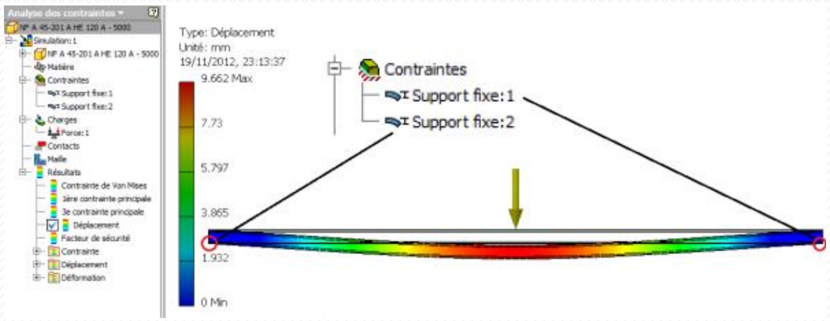
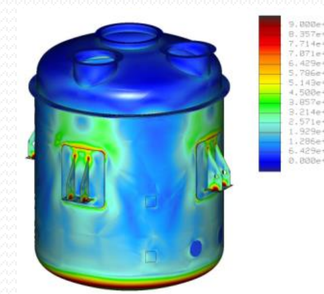
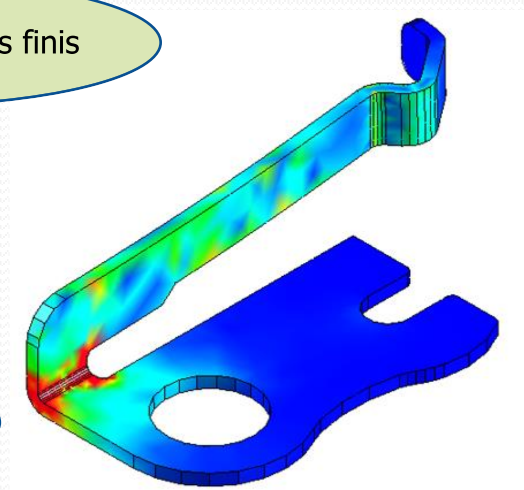
RDM: résistance des matériaux





Maillage par éléments finis



Calcul de structures

Contraintes, déformations…

La **mécanique des structures** (robot, portique, pont, pale d'hélice,...) permet de prévoir le comportement des structures sous charges par la détermination des **résistances et des déformations des pièces** constitutives. Elle permet de prévoir les dimensions, les formes et les matériaux des pièces afin que ces éléments puissent assurer leur fonction dans les meilleures conditions de sécurité, d'économie et d'esthétique.

Comment déterminer les déformations et contraintes dans un solide soumis aux sollicitations simples de la RDM ?

1. Hypothèses sur le comportement des pièces

✓ Les discontinuités microscopiques dues à la nature des matériaux de construction (grains, mailles,) sont négligées (**matériau continu**);

✓ La constitution du matériau doit être la même en chaque point de la poutre (**matériau homogène**);

✓ Les matériaux doivent avoir, en un même point, les mêmes propriétés physiques dans toutes les directions (**matériau isotrope**) ;

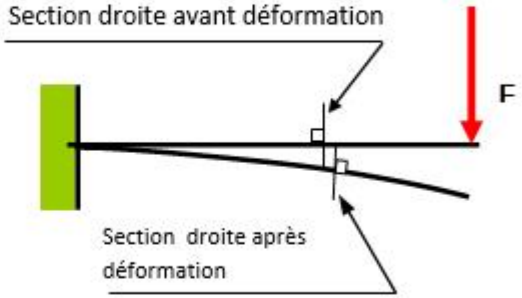
✓ Les matériaux doivent avoir un **domaine de comportement élastique**. Les solides devront reprendre leur forme et leur volume à la suppression du chargement.

✓

Matériau continu, homogène, isotrope et élastique

2. Hypothèse de Navier-Bernouilli

Les sections planes, normales à la ligne moyenne avant chargement **restent planes et normales à la ligne moyenne** après chargement (hypothèse de Navier Bernoulli).



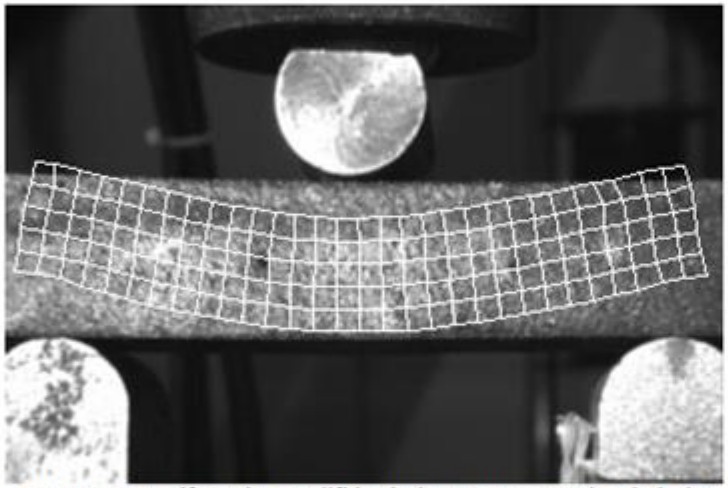


Figure 5 : Déformée amplifiée de la poutre soumise à de la flexion 3 points

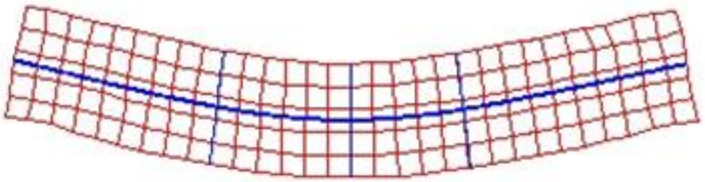
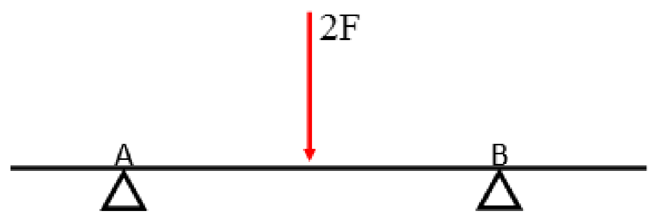


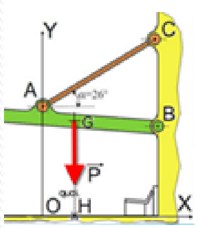
Figure 6 : Déformée amplifiée de la poutre avec la ligne moyenne et les sections droites

3. Modélisation des efforts et sollicitations

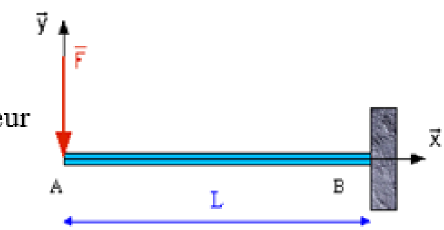
En **mécanique des structures**, les **actions mécaniques, appliquées en un point, sont des vecteurs glissants**. Il est impossible de les remplacer par un système d'actions mécaniques « vectoriellement » équivalent (même résultante et même moment en un point A) car les effets physiques (sollicitations) sont différents.



- ✓ Le chargement de la poutre se fait dans le plan de symétrie de celle-ci.
- ✓ Le chargement se fait lentement et régulièrement.
- ✓ Il n'existe que deux types de chargement:

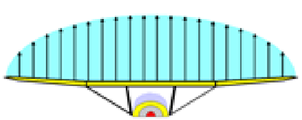


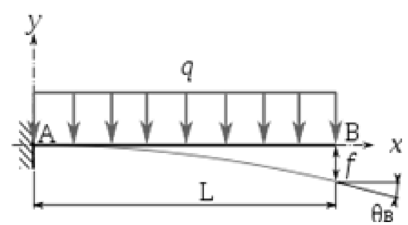
- **Action mécanique concentrée** (ou localisée) représentée par un glisseur



- **Action mécanique répartie** représentée par sa densité linéique q_L en N/m ou surfacique q_s en N/m²

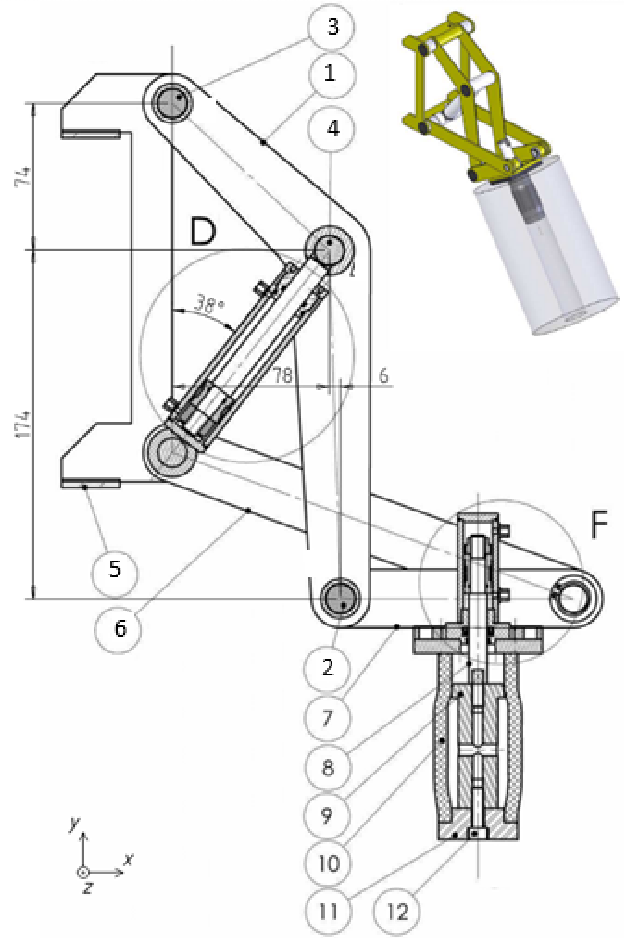
Exemples : Répartition uniforme de la neige sur un toit (charge surfacique) ou charge répartie due au poids propre d'un profilé IPN.



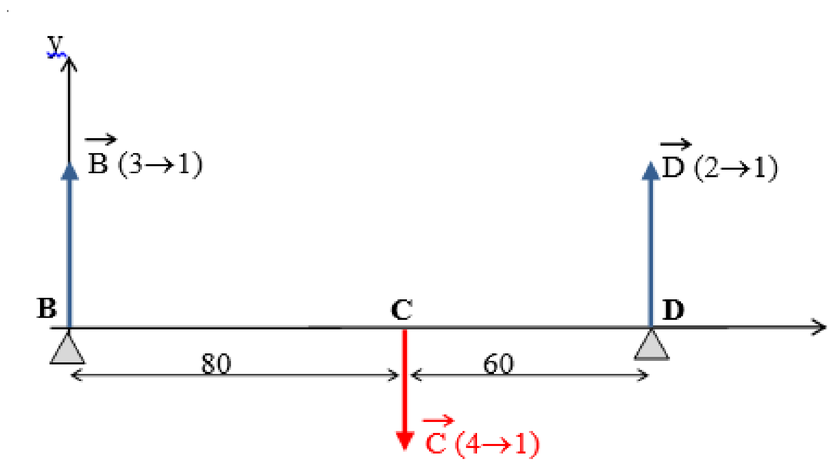


Exercice 1: détermination des efforts par une résolution statique

Une unité de production automatisée du secteur de l'agro-alimentaire utilise un chariot-basculeur pour saisir des bobines de papier plastifié. On souhaite vérifier le dimensionnement du levier 4 du chariot-basculeur, dont une partie du dessin d'ensemble est représentée ci-contre.



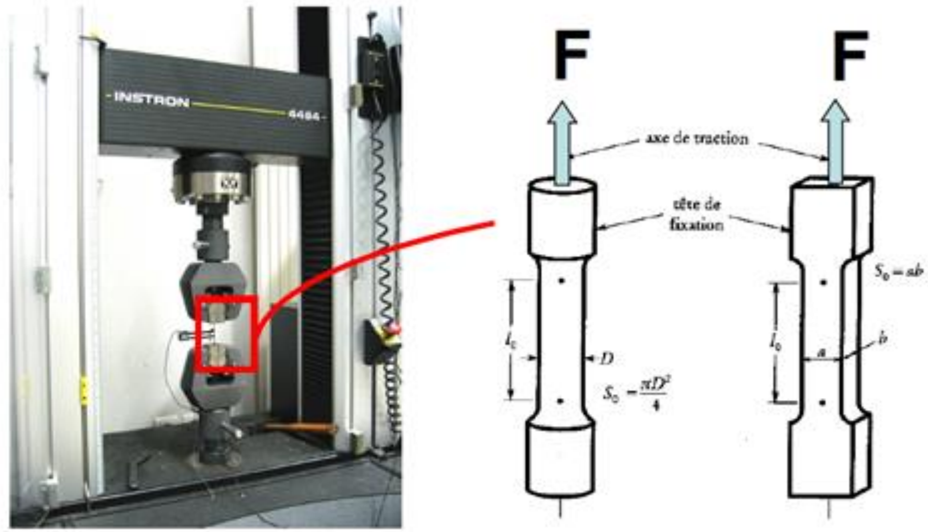
Le modèle retenu ci-dessous est une version simplifiée de la poutre représentant le levier 1. Les actions mécaniques sur le levier sont données ci-après.



On donne : $\vec{C}(4\rightarrow1) = -4900\,\vec{y}$, déterminer les actions mécaniques en B et D aux appuis

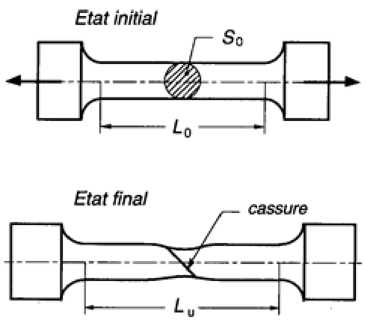
4. Sollicitations de traction

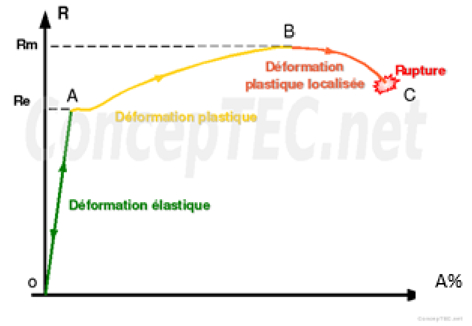
L'essai de traction consiste à exercer sur une éprouvette normalisée des forces croissantes qui vont la déformer progressivement puis la rompre.



La déformation se passe en trois phases :

- ✓ De O à A, c'est la phase de déformation élastique : la déformation est réversible ;
- ✓ De A à B, la déformation est plastique ;
- ✓ De B à C, la déformation plastique se localise dans une petite portion de l'éprouvette et n'est plus homogène : c'est le phénomène de striction. Le point C caractérise la rupture de l'éprouvette.





Module d'élasticité longitudinal

Dans la première portion de la courbe, il y a proportionnalité entre la charge et la déformation. La **loi de Hooke** traduit cette linéarité :

$$\boxed{\sigma = E\frac{\Delta L}{L_0}} \qquad \boxed{\Rightarrow \sigma = E\ \varepsilon}$$

E est le module d'élasticité longitudinal aussi appelé **module d'Young** *(ex : acier = 200000MPa, Alu=70000 Mpa)*

Allongement en % après rupture

$$\boxed{A\% = \frac{100\left(L_U - L_0\right)}{L_0}}$$

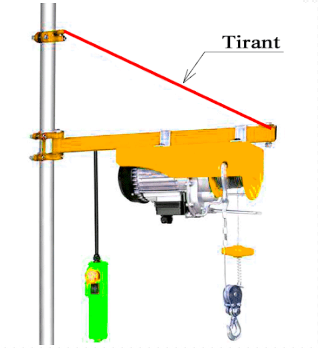
L_U est la longueur de la poutre assemblée après la rupture.

Condition de résistance : $\boxed{\sigma_{max} < R_{pe}}$ avec Rpe : limite pratique élastique $\boxed{R_{pe} = \frac{R_e}{s}}$ et s : coefficient de sécurité

Exercice 2: détermination de déformations en traction-compression

Un tirant de 2m de long supporte dans une section droite quelconque un effort normal d'extension N=5000N. Il est en acier pour lequel : Rpe = 100Mpa, et $E=2*10^5$ Mpa

Déterminez le diamètre mini du tirant et son allongement.



5. Sollicitations de flexion

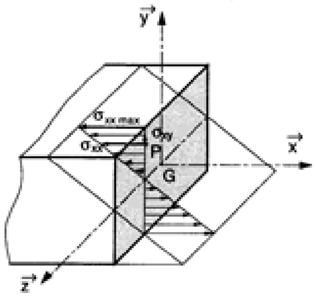
Flexion = déformation d'un objet qui se traduit par une courbure. Dans le cas d'une poutre, elle tend à rapprocher les deux extrémités de la poutre. Les **fibres situées vers l'extérieur** de la flexion sont en **extension,** elles sont soumises à de la traction. Les **fibres situées à l'intérieur** de la flexion sont en **compression.** La fibre générée par la courbe moyenne est appelée « **fibre neutre** ». Elle garde sa longueur lors de la flexion.

Contrainte :

$$\boxed{\sigma = \frac{M_{fz}}{\frac{I_{Gz}}{y}}}$$

avec y : distance /ligne moyenne

I_{Gz} : moment quadratique



Déformée (fléche) :

$$\boxed{M_{fz} = E.I_{Gz}.y''(x)}$$

Utile : le principe de superposition des déformations

Conditions de résistance :

$$\boxed{\sigma_{max} < R_{pe}}$$

avec Rpe : limite pratique élastique,

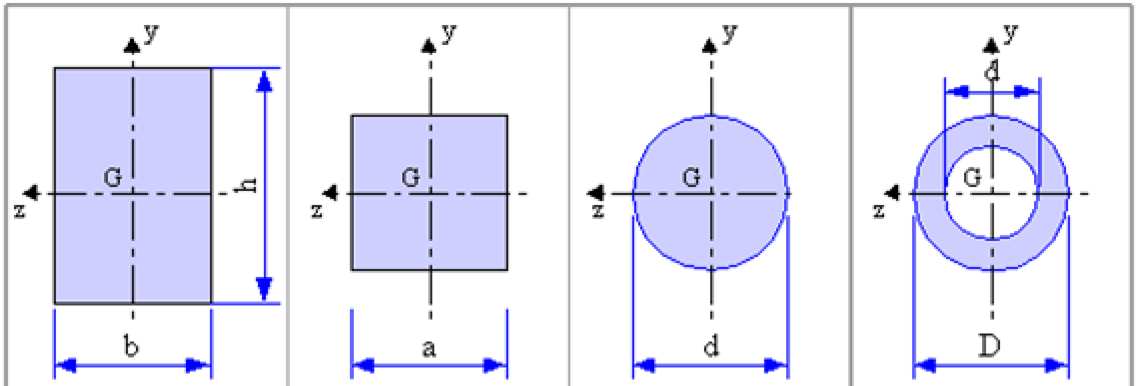
$$\boxed{R_{pe} = \frac{R_e}{s}}$$

et s : coefficient de sécurité

<u>Moments quadratiques :</u>

Pour certains types de sollicitations des poutres droites, la répartition de matière par rapport aux axes de déformation intervient sous la forme d'expressions appelées « **moment quadratique** ». Il est indispensable pour calculer la résistance et la <u>déformation</u> des poutres sollicitées en <u>torsion</u> et en <u>flexion</u>. En effet, la résistance d'une section sollicitée selon un axe donné varie avec son moment quadratique selon cet axe.
(Ne pas confondre avec les moments et produits d'inertie vus en cinétique)

<u>Moments quadratiques sections simples :</u>



IGz (mm⁴)	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi (D^4-d^4)}{64}$
I_0 (mm⁴)	$\frac{bh^3+hb^3}{12}$	$\frac{a^4}{6}$	$\frac{\pi d^4}{32}$	$\frac{\pi (D^4-d^4)}{32}$

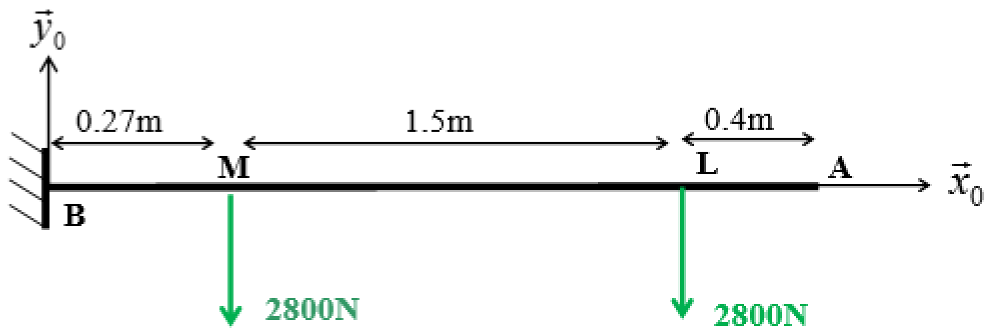
Exercices de flexion:

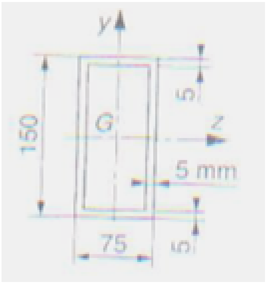
Le support de notre étude est ce manipulateur. Utilisant uniquement l'air comprimé comme unique énergie, le nouveau manipulateur Dalmec de type Partner sur colonne bénéficie d'un dispositif de préhension adapté qui est équipé d'un outil auto-centreur à pinces interchangeables pour la prise, le levage et la manipulation de bobines de matériau d'isolation de grandes dimensions, pour des charges pouvant atteindre jusqu'à 550 kg.

L'objet de notre étude est la poutre tubulaire rectangulaire repérée 2 sur laquelle vous allez effectuer une étude de RDM en flexion pour valider son dimensionnement.

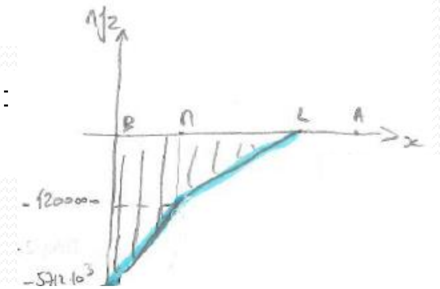
Le CDC impose une **contrainte maxi de 75 MPa.**

On donne ci-contre la modélisation retenue pour la poutre. Celle-ci est encastrée en B et subit 2 actions mécaniques en L et M. On donne également les dimensions de la section droite.





On a calculé pour vous le moment fléchissant maxi (en B, dans l'encastrement = moment de cohésion) :
$M_{fmax} = -5712.10^3$ N.mm

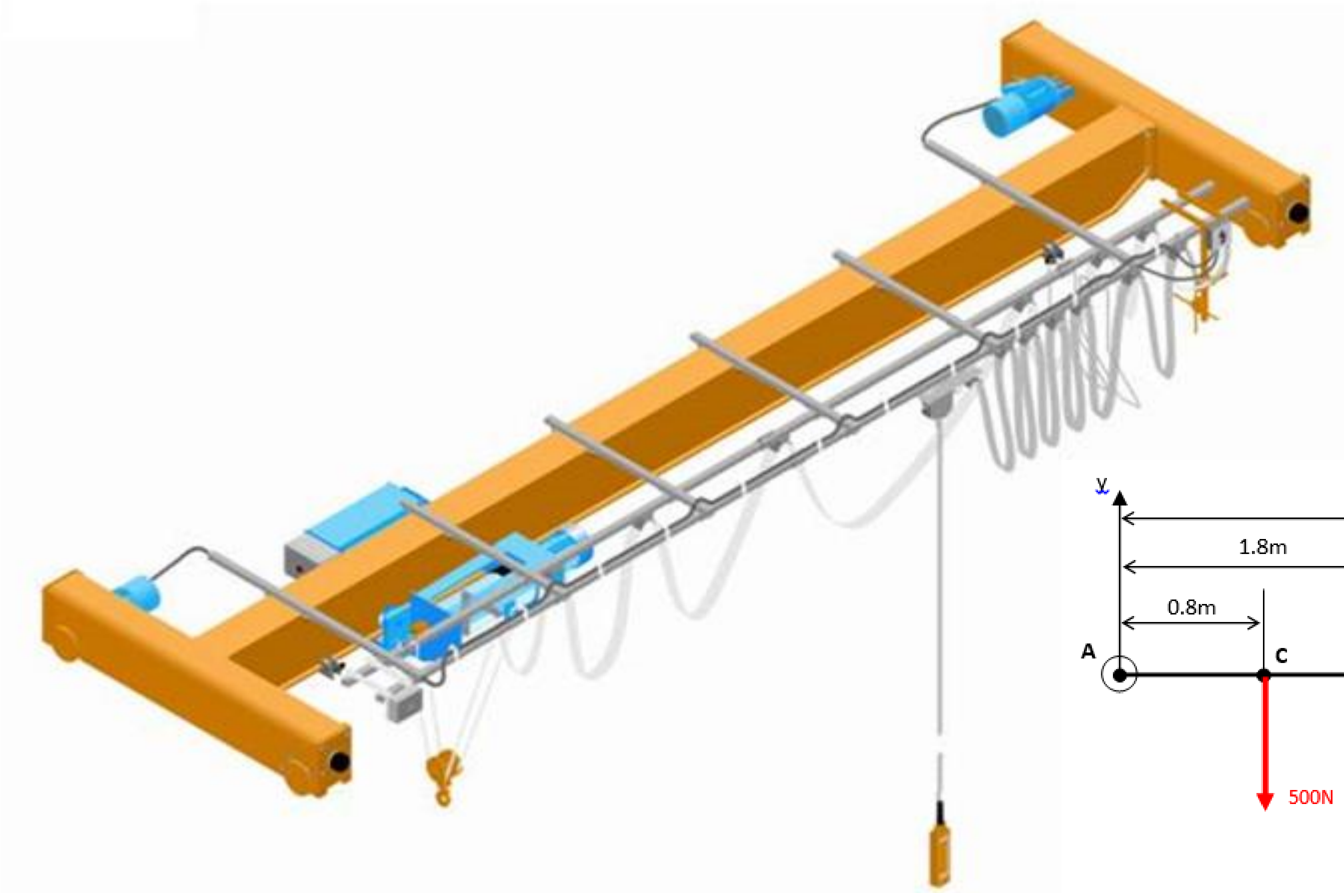


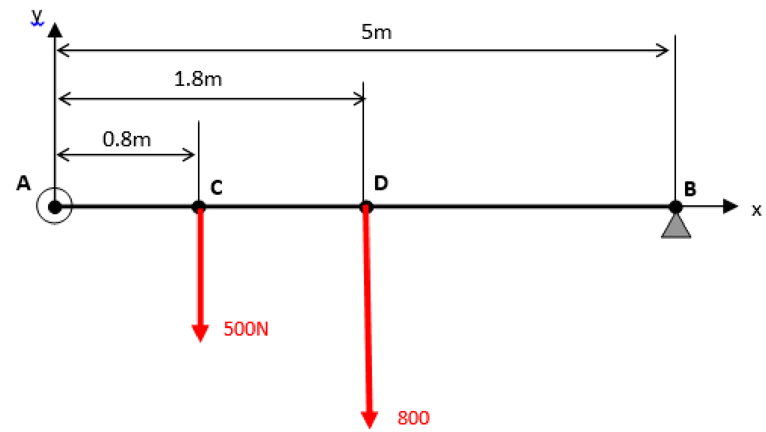
Questions :

1°) Calculez dans la section B les caractéristiques dimensionnelles de la poutre : S en mm², I_{Gz} en mm⁴
2°) Calculez la contrainte normale σ_{maxi}
3°) Si on adopte un coefficient de sécurité minimal de s=3.5, donnez la valeur minimale de Re de l'acier constituant la poutre 2.

Présentation de la structure :

Le support de notre étude de RDM est une poutre faisant partie d'un **pont roulant de manutention**. Ce pont est mobile en translation sur des rails (fixés dans la structure du bâtiment d'un équipementier automobile).





Notre étude s'intéresse à la flexion de la **poutre 1** "pont", dans le cas d'un chargement statique modélisé par le schéma ci après. Le plan (A,x,y) est un plan de symétrie pour la poutre et pour les charges qui lui sont appliquées.

La poutre est un IPN 80 (voir tableau fig 4.40). L'acier constituant cette poutre est la nuance E360.

♦ Profilé IPN

Profils	Dimensions							Caractéristiques					
	h (mm)	b (mm)	a (mm)	e (mm)	r (mm)	r_1 (mm)	Partie droite de l'âme h_1 (mm)	Masse par mètre P (kg)	Section A (cm^2)	I_x (cm^4)	$\frac{I_x}{v_x}$ (cm^3)	i_x (cm)	Moment statique S (cm^3)
80	80	42	3,9	5,9	3,9	2,3	59	5,95	7,58	77,8	19,5	3,20	11,4
100	100	50	4,5	6,8	4,5	2,7	75	8,32	10,6	171	34,2	4,01	19,9
120	120	58	5,1	7,7	5,1	3,1	92	11,2	14,2	328	54,7	4,81	31,8
140	140	66	5,7	8,6	5,7	3,4	109	14,4	18,3	573	81,9	5,61	47,7
160	160	74	6,3	9,5	6,3	3,8	125	17,9	22,8	935	117	6,40	68,0
180	180	82	6,9	10,4	6,9	4,1	142	21,9	27,9	1 450	161	7,20	93,4
200	200	90	7,5	11,3	7,5	4,5	159	26,3	33,5	2 140	214	8,00	125

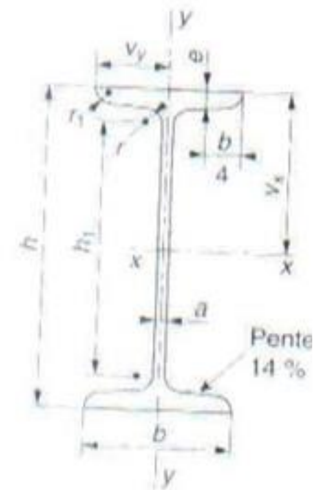
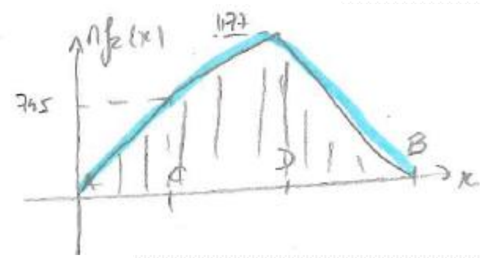


Figure 4.40



Questions :

1°) Etudiez l'équilibre de 1 et déterminez les actions mécaniques en A et B.
2°) Déterminez I_x et I_x/v_x

On donne le moment fléchissant maxi sur la poutre en D : M_{fmax} = 1177 N.mm

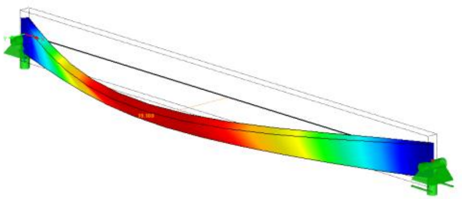
3°) Calculez la contrainte normale maxi dans cette poutre. De quel coefficient de sécurité dispose t-on pour cette poutre ?

6. Sollicitations de torsion

Torsion = poutre droite de section circulaire est sollicitée à la torsion simple lorsqu'elle est soumise à ses 2 extrémités à des actions de liaison se réduisant à 2 torseurs couples opposés dont les moments sont parallèles à l'axe du cylindre.

Angle de torsion unitaire (rad/m):

$\boxed{\dfrac{d\theta_x}{dt} = \theta}$, $\boxed{M_t = G\theta I_O}$ *avec I_O : moment quadratique polaire*



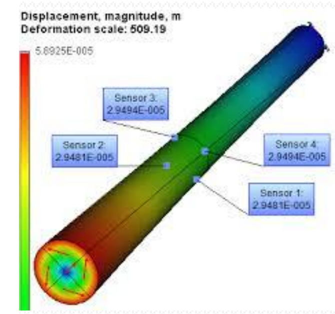
Contrainte :

$\boxed{\tau = G\,\rho\,\theta}$ ou $\boxed{\tau = \dfrac{M_t}{\dfrac{I_O}{\rho}}}$

avec ρ : distance /ligne moyenne ($\rho = R$ au maxi)
G : module d'élasticité transversal de coulomb en Mpa
I_0 : moment quadratique polaire

Conditions de résistance :

$\boxed{\tau_{max} < R_{pg}}$ avec Rpg : limite pratique glissement, $\boxed{R_{pg} = \dfrac{R_g}{s}}$ et s : coefficient de sécurité et Rg = 0.5Re si ductile



Conditions de déformation (souvent prépondérante):

$\boxed{\theta < \theta_{limite}}$

Exercices de torsion:

On considère un arbre dont la forme est cylindrique entre les sections A et B. Un calcul préliminaire a permis de déterminer le moment de torsion entre les sections A et B.

On donne : $|M_t| = 50 N.m$

Cet arbre est en acier pour lequel $G = 8.10^4 \text{ Mpa}$ et Rg = 180 Mpa.

On adopte un coefficient de sécurité s = 3.

On s'impose une valeur limite pour l'angle unitaire de torsion : $\theta_{lim} = 0{,}25°/m$.

Questions :

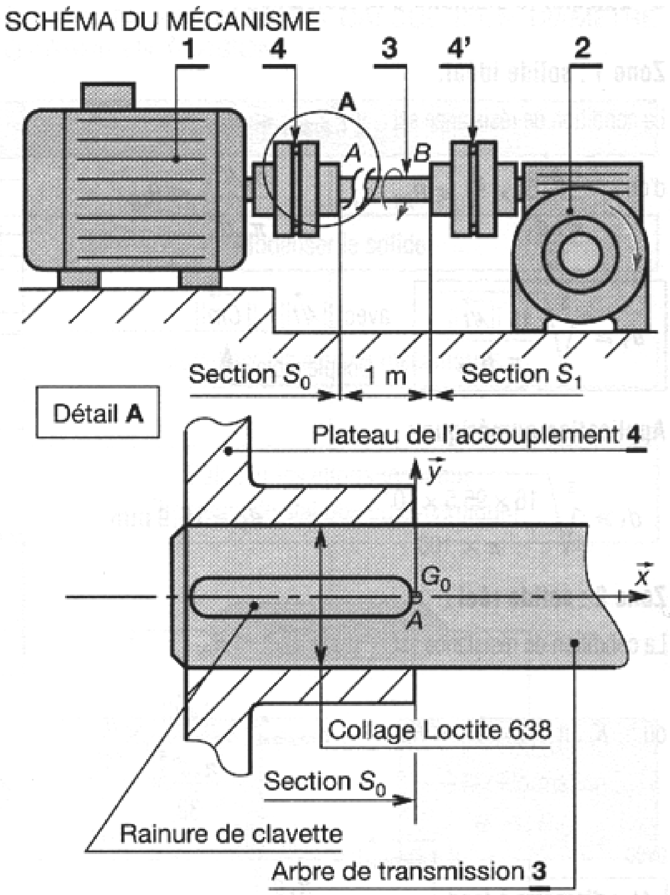
1°) Déterminer l'expression et la valeur minimale du diamètre d de l'arbre pour que la condition de résistance soit vérifiée.

2°) Déterminer l'expression et la valeur minimale du diamètre d de l'arbre pour que la condition de rigidité (θ_{lim}) soit vérifiée.

3°) Conclusion

Un moteur électrique **1** transmet à un renvoi d'angle **2** une puissance de 15 kW à la fréquence de rotation N = 1500 tr/min par l'intermédiaire d'un arbre de transmission **3** de diamètre d. Ce dernier est lié au moteur et au récepteur par deux accouplements élastiques **4** et **4'**. La distance séparant les deux accouplements est de 1 m.
La résistance pratique au glissement du matériau de l'arbre est Rpg = 100 Mpa.

Le module d'élasticité transversale est $G = 8\ 10^4$ Mpa.



Questions :

1°) Déterminer le diamètre de l'arbre et calculer l'angle de déformation dû à la torsion, dont a tourné la section S_1 par rapport à la section So.

2°) On impose une limite de 0,2 °/m à l'angle unitaire de torsion. Calculer le diamètre de l'arbre dans ce cas.