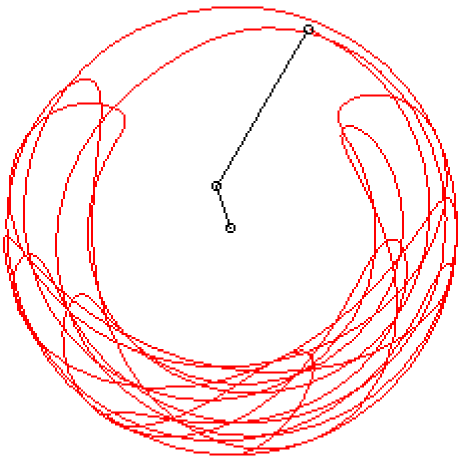
Pendule double (chaos)

La **théorie du chaos** en elle-même correspond à l'étude des comportements des systèmes dynamiques particulièrement sensibles aux conditions initiales qui leurs sont imposées.

Pour de tels systèmes des différences infimes dans les conditions initiales entraînent des résultats totalement différents, rendant en général toute **prédiction impossible** à long terme. Ce comportement paradoxal est connu sous le nom de **chaos déterministe**, ou tout simplement de chaos. C'est le cas notamment du double pendule réel.

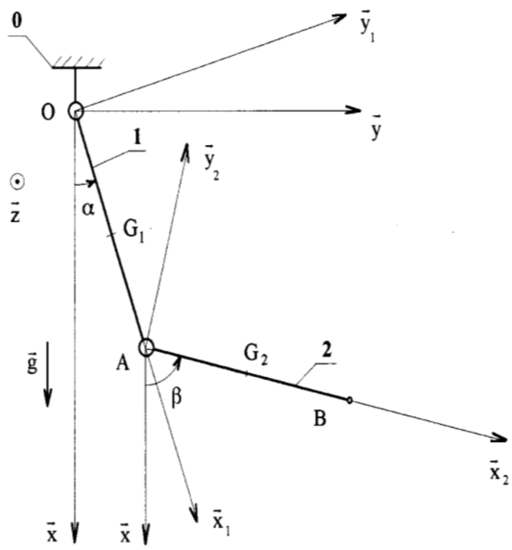


Tracé chaotique de la trajectoire du pendule double

Un pendule double est constitué de deux tiges identiques 1 et 2 homogènes, de masse m, de longueur 2a et de dimensions transversales négligeables, oscillant dans un plan vertical (O,x,y) du repère galiléen $R(O,x,y,z)$ lié à un bâti 0. (Voir figure ci-dessous)

La tige 1, d'extrémités O et A, a une liaison pivot sans frottement d'axe $(O,\vec{z})$ avec le bâti 0. On note $R_1(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z})$ le repère lié à 1, tel que $\overrightarrow{OA}=2a\vec{x}_1$ et l'on pose $\alpha=(\vec{x},\vec{x}_1)$.

La tige 2, d'extrémités A et B, a une liaison pivot sans frottement d'axe $(A,\vec{z})$ avec la tige 1. On note $R_2(A,\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z})$ le repère lié à 2, tel que $\overrightarrow{AB}=2a\vec{x}_2$ et l'on pose $\beta=(\vec{x},\vec{x}_2)$. Soient G_1 et G_2 les centres d'inertie des tiges 1 et 2 situés respectivement au milieu des segments OA et AB.



Questions :

1. Déterminer le moment cinétique au point A de la tige 2 dans son mouvement par rapport au bâti 0.
2. Déterminer le moment dynamique au point A de la tige 2 dans son mouvement par rapport au bâti 0.
3. Déterminer le moment cinétique au point O de l'ensemble des 2 tiges dans leur mouvement par rapport au bâti 0.
4. Déterminer l'expression de l'énergie cinétique de E={1U2} dans son mouvement par rapport au bâti 0.