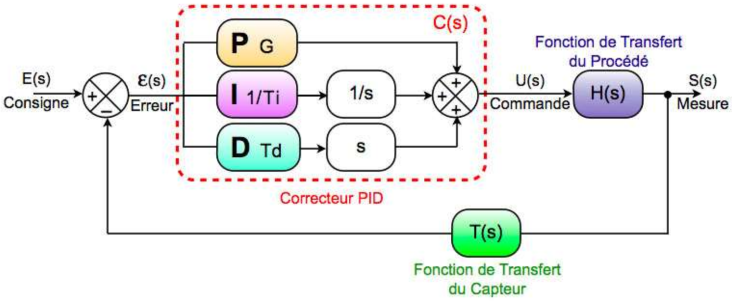
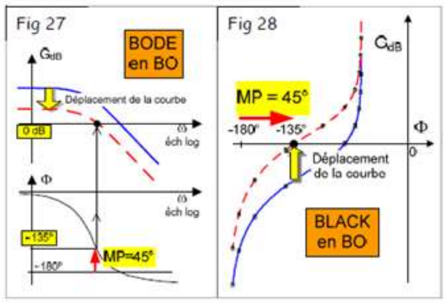
# Cycle 1: Analyser, modéliser et étudier le comportement des Systèmes Linéaires Continus et Invariants

## Chapitre 4 – Réglage et correction des systèmes asservis



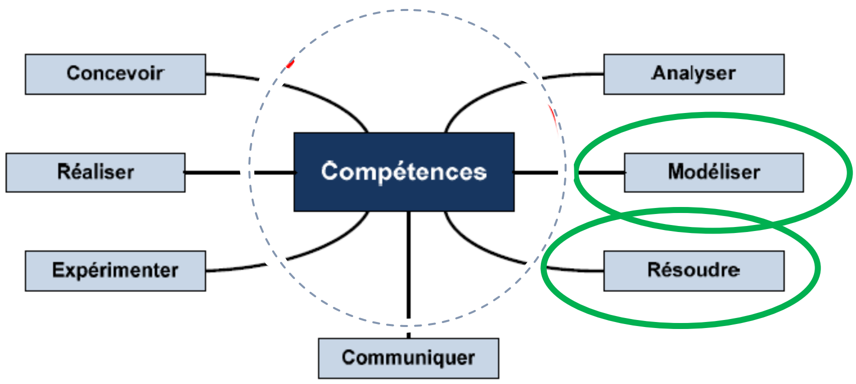

*Problématique*

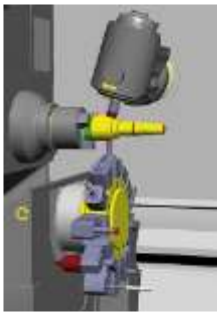
Comment améliorer les performances des systèmes asservis à l'aide des correcteurs PID ?

*Savoir*

**B. Modéliser :**

- Connaître l'influence des correcteurs PID sur les performances d'un SLCI
- Mener une démarche de réglage des correcteurs pour obtenir les performances attendues





## 1. Problématique

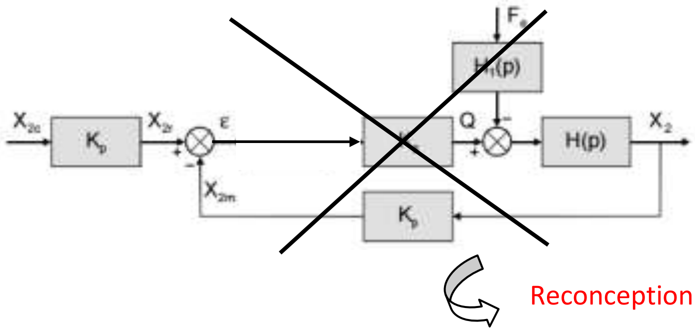
Les performances d'un asservissement sont principalement définies par trois critères:

- *La **précision*** $\rightarrow \varepsilon_s$ ; $\varepsilon_T$ ...
- *La **rapidité*** $\rightarrow t_{r5\%}$ ; $t_m$ ; *Bande Passante*
- *L'**amortissement** et la **stabilité*** $\rightarrow D_1$ ; $M_g$ ; $M_\varphi$

Lorsqu'on veut mettre en oeuvre un processus pour réaliser une fonction, la marge de manoeuvre sur le processus lui-même est en général assez réduite. La **masse et l'encombrement** des actionneurs, les caractéristiques des pré-actionneurs sont des paramètres dont les valeurs sont **souvent imposées**.

L'amélioration de ces caractéristiques est en générale nécessaire pour répondre au cahier des charges. Deux types de solutions se présentent:

- soit **modifier les caractéristiques physiques du système** par des choix technologiques différents *(diminuer l'inertie, les jeux de liaison (induisent du "retard"), la flexibilité des supports,...)*



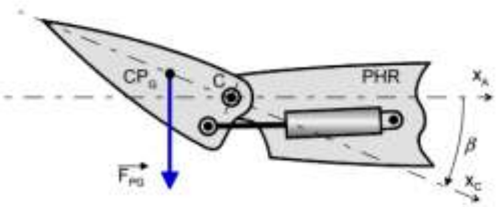
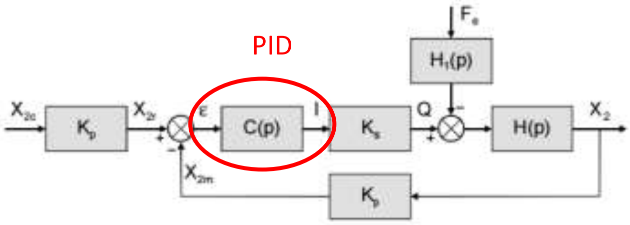




*Schéma bloc d'asservissement du vérin de commande des gouvernes de l'A380*

- soit introduire dans la structure de l'asservissement un dispositif appelé **"CORRECTEUR"** dont l'effet sur les signaux transmis entre les blocs va permettre d'obtenir les performances souhaitées. Il est placé en sortie de comparateur pour être le plus proche des valeurs de l'écart.




## 2. Exemple concret de problématique

Nous illustrerons notre propos sur un exemple caractéristique : une machine d'usinage à grande vitesse Urane SX développée par la société Comau (figure 1et 2). **L'usinage grande vitesse** cumule les prouesses technologiques car il répond à des conditions de **rapidité, de précision et de stabilité extrêmes.**

FIGURE 1 – Photographie de la machine Comau Urane SX.

FIGURE 2 – Vue 3D du bâti intérieur et de la structure parallèle portant la broche.

Pour atteindre ces performances, la machine Urane exploite une architecture parallèle (figure 3) où trois moteurs linéaires déplacent la broche en translation dans les trois directions de l'espace. Sa structure la rend très flexible et totalement reconvertible, ce qui n'est pas le cas des machines multi-broches. Cette solution en fait la machine idéale, très flexible en même temps que très productive de part l'association ingénieuse des dernières technologies. Pour un ordre de grandeur, une opération de perçage de 16 trous sur un carter durait 6,3s avec une machine multi-broches contre 5,8 s avec Urane SX.

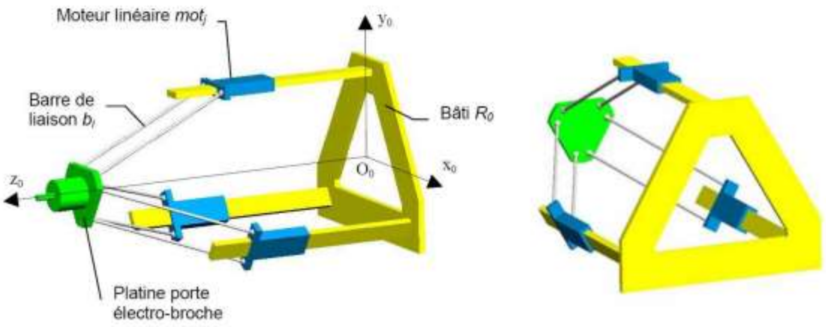



FIGURE 3 – Shéma de principe de la structure parallèle (structure delta) commandée par trois moteurs linéaires.

*Zoom sur les performances :*

**Rapidité** : L'usinage "grande vitesse" porte d'abord son nom par la vitesse de rotation de l'outil de *coupe (ici, rotation de la broche à 40.000 tr/min)*. Mais pour assurer de bonnes conditions d'usinage (qui conditionnent la qualité des surfaces usinées), l'épaisseur des copeaux doit être suffisante, ce qui impose un déplacement de la broche elle aussi à grande *vitesse (de l'ordre de 150 m/min, accélération supérieure à 35 m/s*$^2$ *)*. L'outil devant suivre des trajectoires complexes, la convergence vers la trajectoire de consigne doit être quasi immédiate lors des changements de direction.

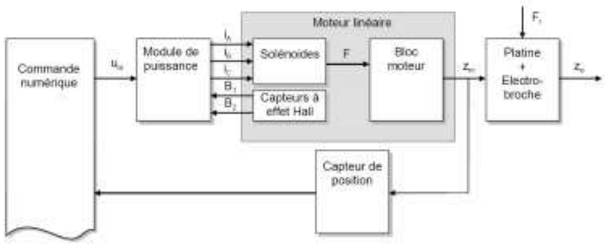
**Précision** : La qualité des dimensions des pièces dépend directement de la précision de positionnement de la broche et donc des moteurs, malgré des efforts de coupe importants *(de l'ordre de 2 000 N)* qui agissent comme des perturbations. La précision atteinte est de l'ordre de 30 µm.

**Stabilité** : Une machine d'usinage est excitée par de multiples fréquences issues du phénomène de coupe. Il est primordial d'assurer de bonnes marges de stabilité afin d'éviter tout problème d'oscillations qui dégraderaient les surfaces usinées.

**Dépassements** : Les dépassements sont proscrits dans le cadre d'une machine d'usinage ! Si la broche dépasse la valeur de consigne, la matière est coupée par l'outil et la surface n'est plus conforme.

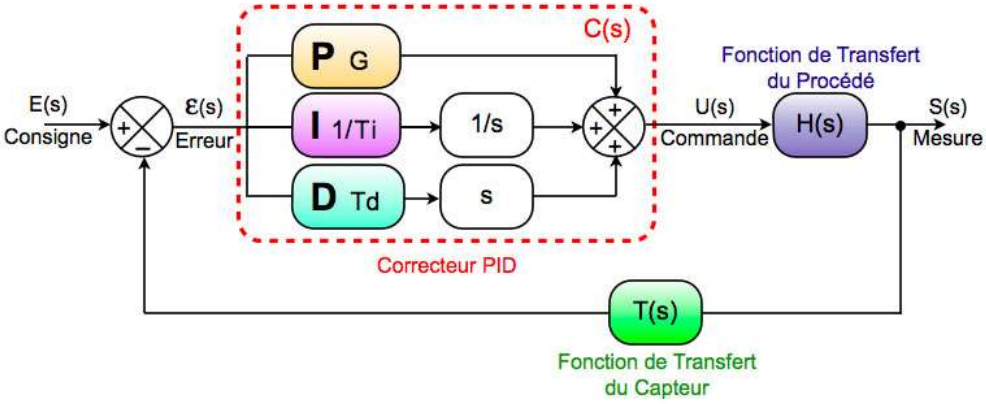
*Quelle architecture choisir ?*

L'ensemble de ces performances dépendent directement de la qualité des asservissements des **moteurs linéaires**. La **structure de l'asservissement**, comprend classiquement un module de commande, une amplification de puissance, un actionneur (le moteur linéaire) et un adapteur (la structure parallèle). Un capteur permet d'assurer l'asservissement de position.



## 3. Conflits et compromis

On peut résumer les contraintes énumérées ci-dessus en trois points : **Vite, bien, sans affolement**. Le problème est qu'ils sont contradictoires.
On parle classiquement de **dilemme Stabilité-Précision-Rapidité**. Toute la subtilité du concepteur doit s'exercer pour parvenir à concilier ces impératifs en apparence inconciliables dans le choix judicieux de son **CORRECTEUR.**




Le correcteur est présent pour **adapter les performances** du système lorsque celui-ci présente **des défauts et qu'il ne respecte pas les critères du cahier des charges**. À chaque défaut, une correction est adaptée. Nous allons envisager dans ce paragraphe les différents types de défauts et leurs solutions, par une approche physique. Lorsqu'un système présente plusieurs défauts simultanément, plusieurs **corrections combinées** permettent bien souvent de résoudre chaque défaut, même si elles sont plus complexes à dimensionner, car il ne faut pas détériorer les autres caractéristiques !

Nous avons vu dans le cours sur la précision qu'une bonne précision nécessite :

- *un gain de boucle ouverte élevé,*
- *la présence d'au moins un intégrateur dans la chaîne de commande.*

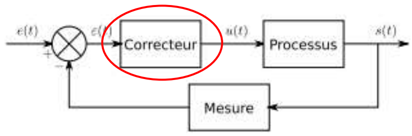
Nous avons vu dans le cours sur la stabilité qu'une bonne stabilité nécessite :

- *un gain de boucle ouverte faible,*
- *l'absence d'un intégrateur dans la chaîne de commande.*

Nous avons vu dans le cours sur la rapidité qu'une bonne rapidité nécessite :

- *un gain de boucle ouverte élevé*

**Compromis !!**




Nous prendrons l'exemple d'un des **moteurs linéaires asservis en position** (schéma bloc figure 8). Les courbes dessinées à droite du moteur représentent l'évolution de la consigne de position xc(t), de la position réelle x(t), de l'écart ε(t) et de la tension de commande u(t) en fonction du temps.

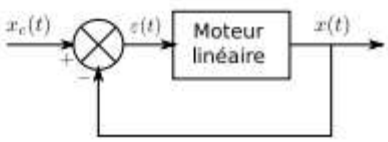



FIGURE 8 – Schéma bloc du moteur linéaire asservi en position, non corrigé.

### 3.1. Le système est trop lent : action proportionnelle (P)

Le système **converge trop lentement**. Une solution simple consiste alors à "faire croire" au moteur que l'écart à la consigne est Kp fois plus grand que l'écart réel pour **amplifier sa réaction**. On applique une consigne en entrée du processus égale à Kp fois l'écart mesuré.

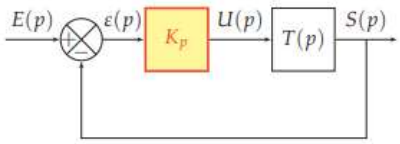
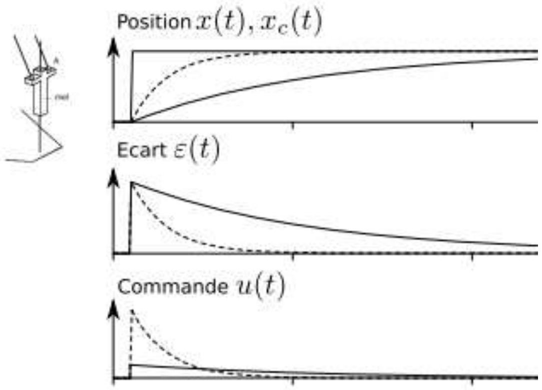



FIGURE 9 – Asservissement du moteur avec correcteur proportionnel.

La figure suivante montre l'évolution des grandeurs d'entrée-sortie xc(t) et x(t). La réponse du système corrigé *(trait pointillé)* est **beaucoup plus rapide que celle du système non corrigé** *(trait plein)*. La courbe de commande u(t) montre bien que pour un écart ε(t) donné, la correction proportionnelle démultiplie la commande envoyée au moteur.




**Action Proportionnelle (P)**

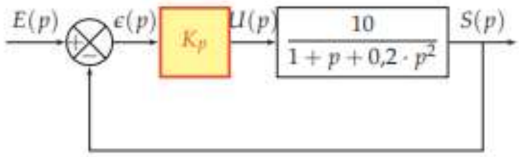
En temporel : si K ↑, $Tr_{5\%}$ ↓ (+ rapide)
D1% augmente (+ oscillations)

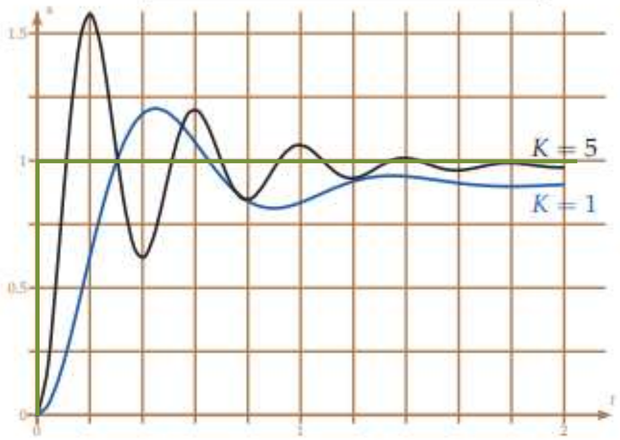
si K ↑, ε(s) ↓ car α = +1 (+ précis )

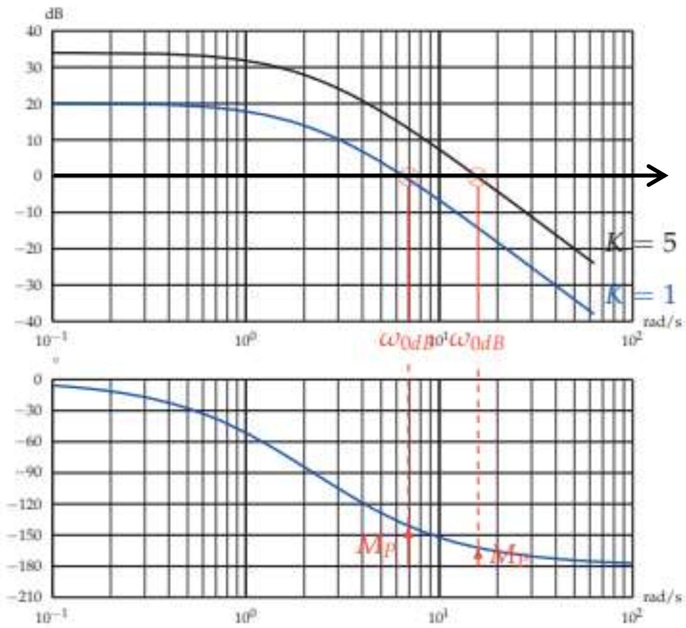
En fréquentiel : si K ↑ décalage $w_{c0}$ vers droite
donc + rapide (T ↓)

↓ MG et Mφ donc (-stable)

Influence du correcteur proportionnel :



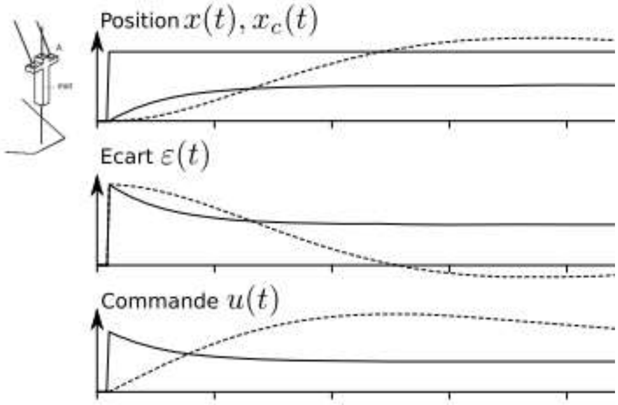
### 3.2. Le système n'est pas précis : action proportionnelle intégrale (PI)

Le système **ne converge pas vers la valeur de consigne**, soit parce qu'il n'est **pas précis**, soit parce qu'il est soumis à des **perturbations**. Les systèmes non précis sont ceux qui ont **besoin d'énergie pour maintenir la grandeur de sortie** à la valeur de consigne. *Par exemple pour un asservissement de vitesse, le moteur doit être alimenté en énergie pour maintenir la vitesse de consigne. Or un correcteur proportionnel conduit à une commande nulle (donc aucun apport d'énergie) lorsque la valeur de consigne est atteinte.*
On comprend donc que la correction proportionnelle est insuffisante pour rendre ce type de systèmes précis, sauf à avoir un gain très élevé.

Pour amener la valeur de sortie à la consigne, la partie commande doit donc augmenter la grandeur de commande tant qu'une erreur subsiste. Une solution est de commander le moteur en fonction **du cumul des écarts mesurés. C'est une correction intégrale**.

$$\boxed{u(t) = \frac{1}{T_i}\int_0^t \varepsilon(u)\cdot du} \Rightarrow \boxed{C_i(p) = \frac{1}{T_i \cdot p}}$$

La figure suivante montre la réponse indicielle du système non corrigé *(trait continu)* et **corrigé par une action intégrale pure** *(trait pointillés).*




**Action Intégrale (I)**

En temporel : si I , $Tr_{5\%}\uparrow$ (- rapide)

si I , $\alpha = +1$ (+ précis), et rejette perturb car amont

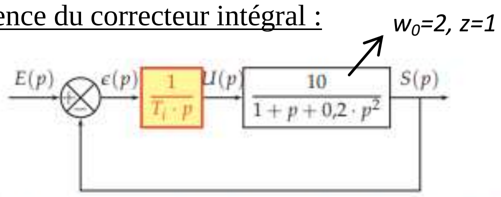
En fréquentiel : si I, décalage $w_{c0}$ vers gauche donc - rapide ($T\uparrow$ )

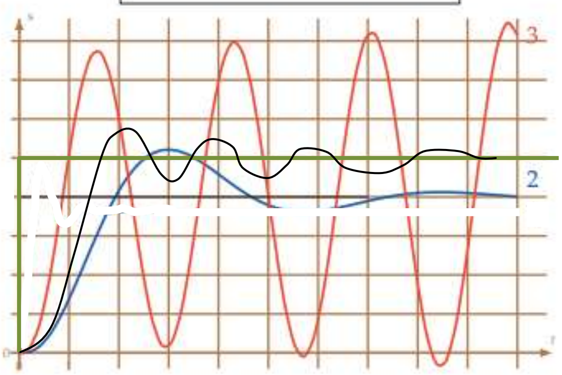
$\downarrow$ MG et $M\varphi$ donc (-stable) car -90°

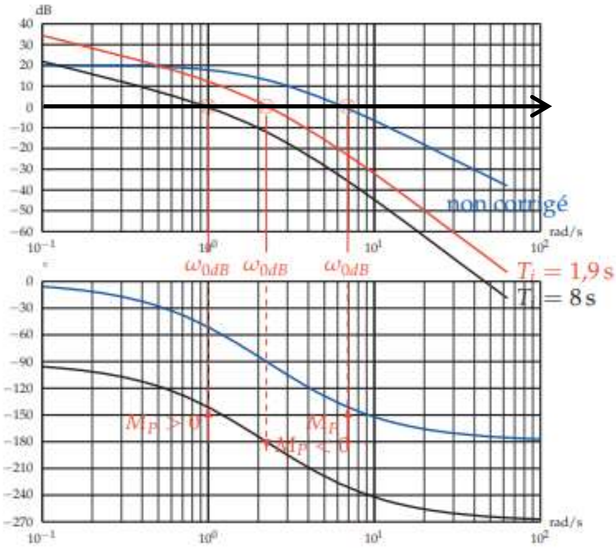
On observe bien que la commande augmente tant que l'écart est positif et que **le système corrigé est précis.** Par contre, le **temps de réponse est largement augmenté** (la commande augmente lentement car il faut attendre d'avoir intégré l'écart depuis un certain temps) et un **dépassement apparait**, signe d'une **dégradation de la stabilité.**

Pour cette raison, un correcteur intégral est rarement utilisé seul.

Influence du correcteur intégral :

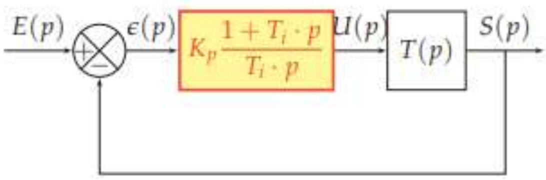


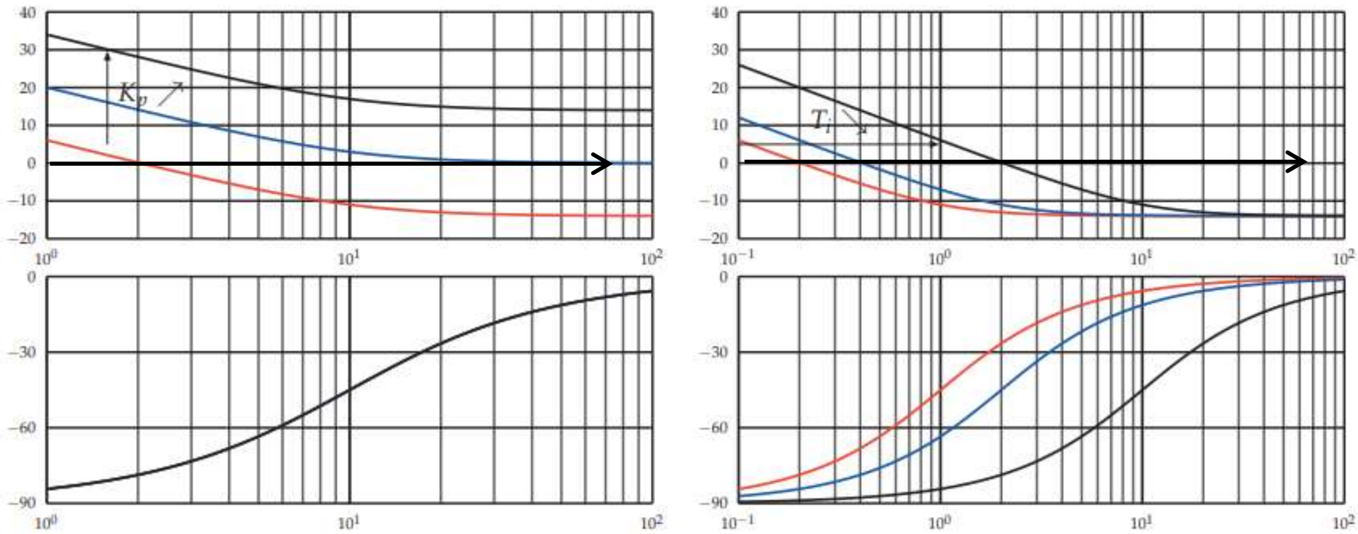
On lui adjoint généralement une **action proportionnelle** afin de ne pas trop dégrader la rapidité et la stabilité.

$$C_{pi}(p) = K_p\left(1+\frac{1}{T_i\cdot p}\right) = K_p\frac{1+T_i\cdot p}{T_i\cdot p}.$$




<u>Le principe</u> : l’action **proportionnelle agit essentiellement au début du mouvement**, lorsque l’action intégrale n’a pas encore réagit (il faut intégrer l’écart durant un certain temps). Le système bénéficie alors de la rapidité d’une action proportionnelle. L’action **intégrale prend le relais pour faire converger le système vers la consigne** en fin de convergence : il apporte **l’énergie permanente nécessaire pour assurer la précision**, ce que ne peut pas faire l’action proportionnelle qui s’annule nécessairement lorsque l’écart devient nul.

<u>Influence du correcteur PI</u> :




(a) $T_i = 0{,}1$ et $K_p = 0{,}2;1;5$ (b) $K_p = 0{,}2$ et $T_i = 1,;0{,}5;0{,}1$

Ce correcteur possède <u>2 paramètres de réglage</u> :

- Kp qui ne règle que le gain (translation verticale)
- Ti, la constante d’intégration agit sur la phase avec une translation le long de l’axe des pulsations. on fera attention de ne pas la prendre trop grande pour pas dégrader la stabilité

**Action Proportionnelle-Intégrale (PI)**

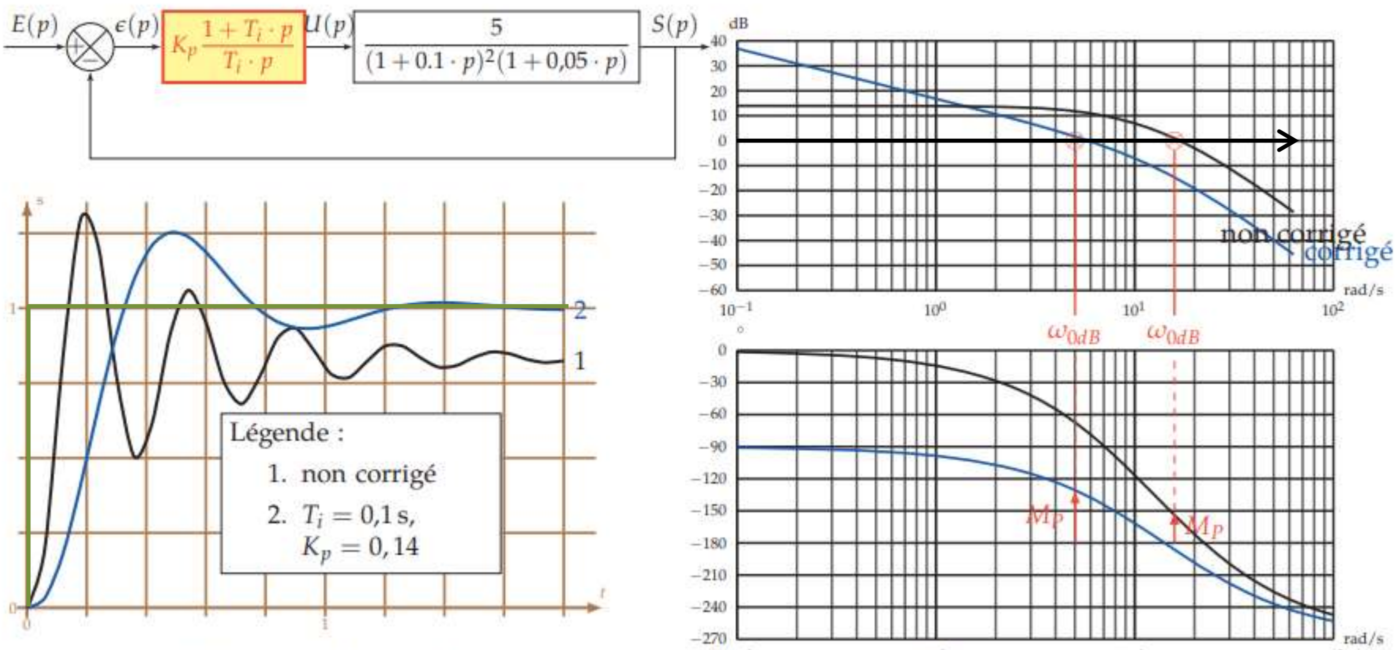
En <u>temporel</u> : - si K ↑, $Tr_{5\%}$ ↓ (+ rapide)

si PI (α = +1) donc (+ précis) et rejette perturbation

En <u>fréquentiel</u> : - si K ↑, décalage courbe $G_{dB}$ vers haut donc de $w_{c0}$ vers droite (+ rapide)
- si I alors $w_{c0}$ vers gauche : (- rapide)

- si PI, φ ↓ (-90°) sur basse fréquence donc faible impact sur les marges

*Choisir judicieusement Kp et Ti pour améliorer comportement système sans trop dégrader stabilité*




(a) sur la réponse temporelle

Détermination d'un correcteur PI :

**Exemple : Détermination du correcteur PI par la méthode du pôle dominant**

Le principe de cette méthode est d'éliminer de la FTBO le pôle dominant, c'est-à-dire le pôle avec la plus grande constante de temps.

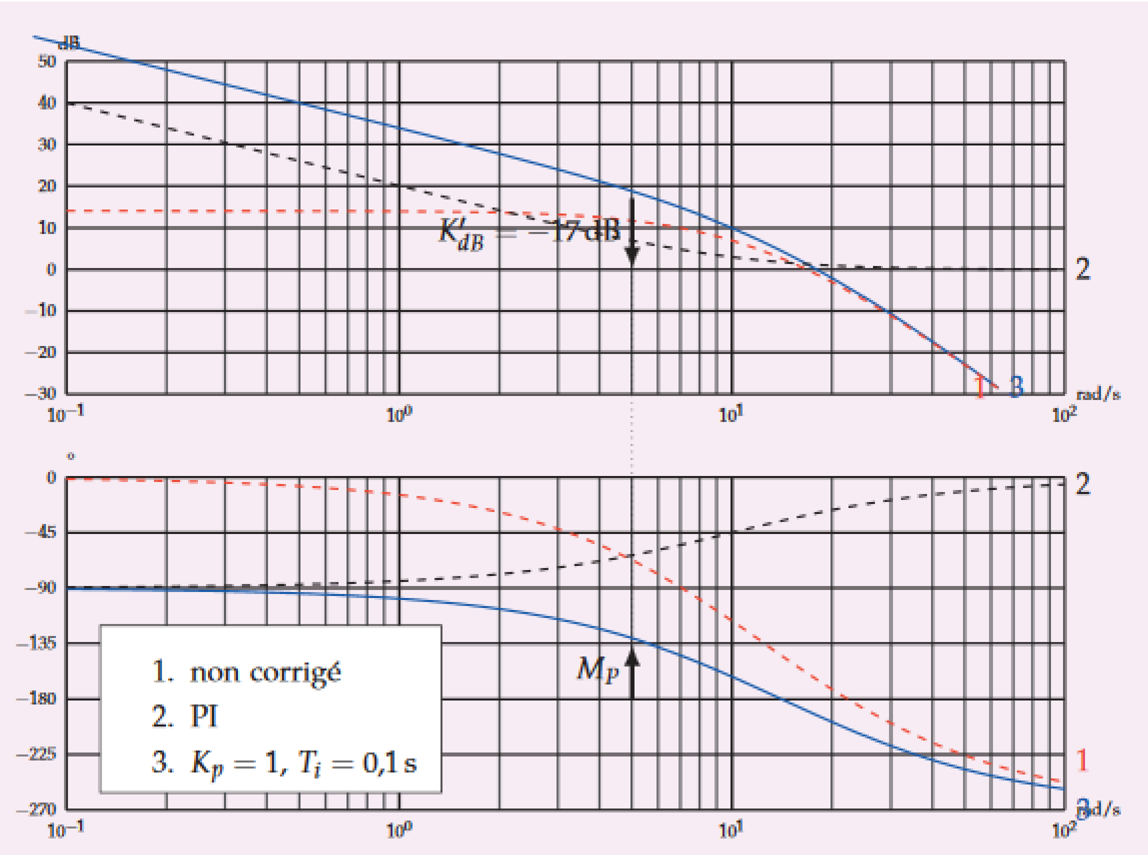
Soit un système (fig. 7.7) dont la fonction de transfert est

$$\frac{5}{(1+0{,}1 \cdot p)^2(1+0{,}05 \cdot p)}$$

On se propose d'améliorer le comportement temporel en rendant ce système précis pour une entrée de type échelon en insérant un correcteur de type PI.

La procédure est la suivante :

1. Identifier la constante de temps la plus grande - ici $T_{max} = 0{,}1$ s,
2. Choisir $T_i = T_{max} = 0{,}1$ s le correcteur devient $C_i(p) = K_p \dfrac{1+0{,}1 \cdot p}{0{,}1 \cdot p}$,
3. Tracer les diagrammes de Bode (figure 7.8) pour $K_p = 1$,
4. Déterminer $K_p$ afin d'obtenir les marges de gain et de phase souhaitée, on lit sur le diagramme de Bode de la figure 7.8 $K'_{dB} = -17$ dB , d'où $K_p = 10^{\frac{-17}{20}} \approx 0{,}14$ pour obtenir une marge de phase de 45°).




### 3.3. Le système n'est pas stable : action proportionnelle dérivée (PD)

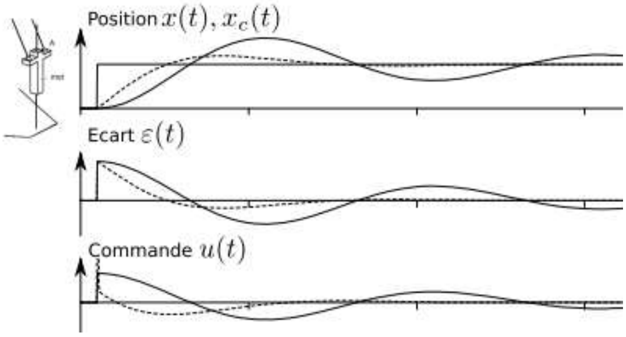
$$u(t) = K_p\left(\varepsilon(t) + T_d \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt}\right)$$

$$C_{PDi}(p) = K_p\,(1 + T_d \cdot p)$$

Le système **oscille trop avant de converger** et **MG, Mφ insuffisantes**. Cela provient généralement d'une **grande inertie** du système. Une commande sans correction conduit à une commande positive tant que le système n'a pas dépassé la consigne. Si le système a accumulé beaucoup d'inertie lorsqu'il atteint la consigne, il va alors **dépasser cette consigne** et l'écart devenu négatif doit relancer le système dans le sens opposé. Il est logique **d'anticiper et de ralentir à l'approche de la valeur de consigne**, c'est à dire diminuer la commande, lorsque l'écart diminue rapidement. Il s'agit d'une **correction dérivée**.

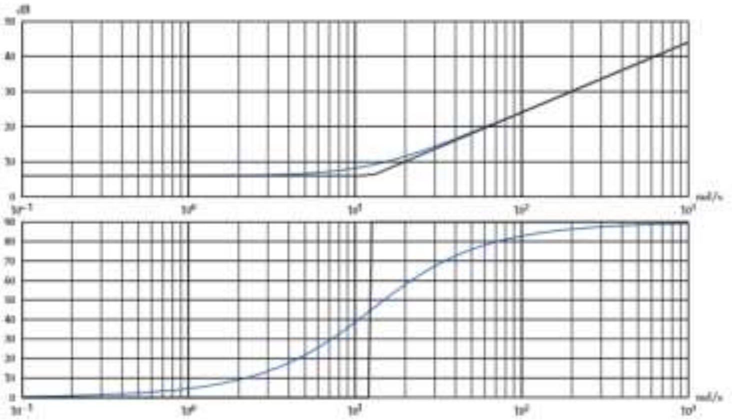
L'action dérivée pure n'est jamais utilisée seule car elle conduit à une diminution de la classe du système en boucle ouverte et donc une **dégradation directe de la précision** du système. On place alors une **correction proportionnelle-dérivée.**

La réponse d'un système peu stable avec et sans correction est donnée sur la figure suivante. Précisons que ces courbes sont tracées avec KP = 1, donc les différences entre les réponses corrigée ou non corrigée sont uniquement dues à l'apport de l'action dérivée. On remarque que le système présente **beaucoup moins de dépassement et qu'il s'est amélioré en terme de rapidité (la convergence étant moins oscillante).**



- *à t = 0, lorsque l'écart subit un échelon, l'action dérivée impose un dirac en commande (ce qui met le système en mouvement plus brutalement que par l'action proportionnelle seule et diminue le temps de montée),*

- *– à t > 0, lorsque le système prend de la vitesse, l'action dérivée limite la valeur de la commande et agit ainsi comme un frein (ou une viscosité) artificiel évitant d'accumuler trop d'inertie (ce qui diminue le temps d'oscillation à convergence).*



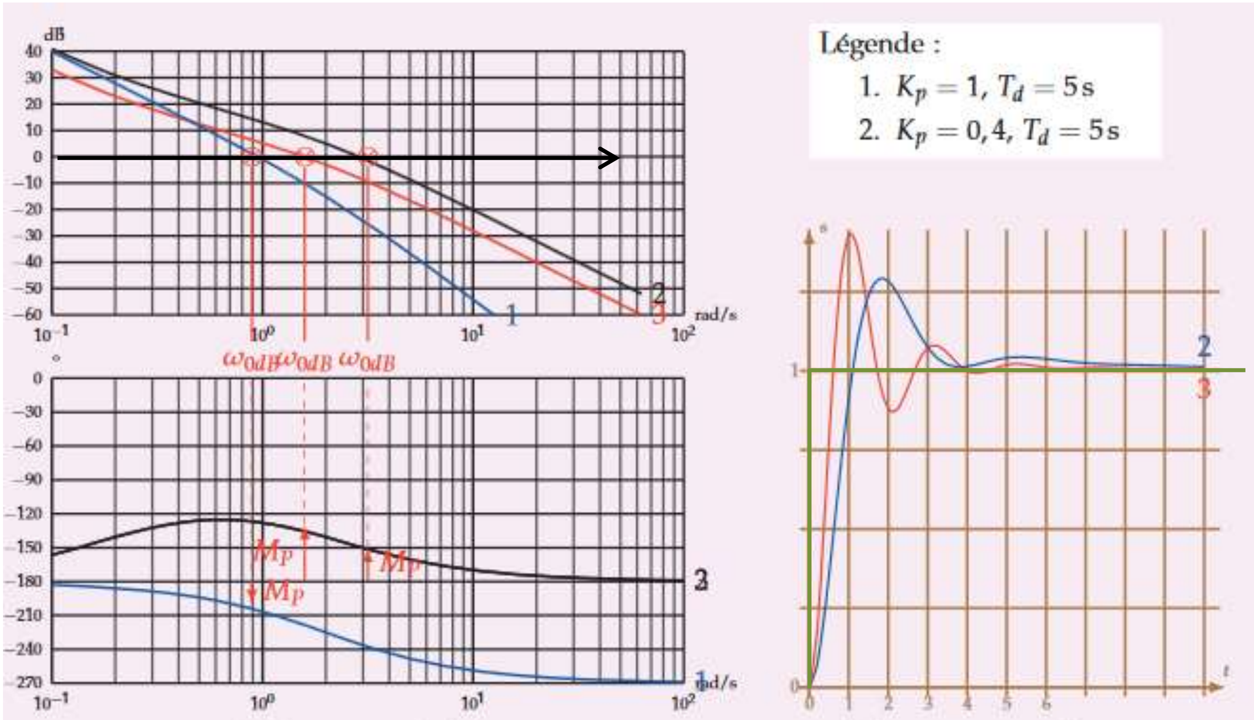
**Action Proportionnelle-Dérivée (PD)**

En temporel : - si K ↑, $Tr_{5\%}$ ↓ (+ rapide)
- si dérivateur, D1% ↓ (+ amorti)

Si PD, pas d'influence sur la précision (α inchangé)

En fréquentiel : - si K ↑ et dérivateur, $BP_{-3db}$ ↑ (+ rapide)
*(décalage courbe $G_{dB}$ vers haut donc de $w_{c0}$ vers droite)*

- si PD, φ ↑ (+90°) donc MG, Mφ ↑ (+ stable)




(a) Diagramme de Bode (b) Réponse temporelle corrigée

### 3.4. Limites de la correction

Le correcteur permet seulement d'adapter les caractéristiques en boucle fermée d'un processus bien conçu pour l'application, pour **satisfaire les critères de performance demandés**. Un correcteur ne peut pas compenser les défauts importants d'un processus :

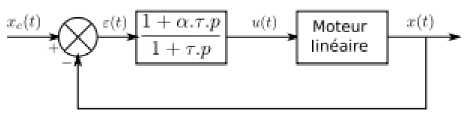
– Un effet retard du processus qui le rend instable (jeu, échantillonnage, ...),
– Un actionneur sous-dimensionné (saturation),
– Des non-linéarités fortes comme du frottement sec,

*Exemple : la rapidité est corrigée en augmentant la consigne (KP > 1). Si le moteur sature en tension, multiplier la consigne par deux n'a aucun effet !*

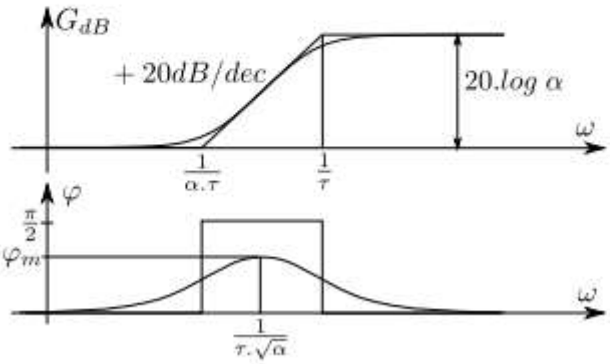
## 4. Particularité du correcteur à avance de phase

La fonction de transfert de ce correcteur s'écrit ($\alpha$>1) :

$$\boxed{C(p) = \frac{1+\alpha\tau p}{1+\tau p}}$$




Le diagramme de Bode est donné :




Le maximum de phase est atteint pour $\omega = \frac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}$.

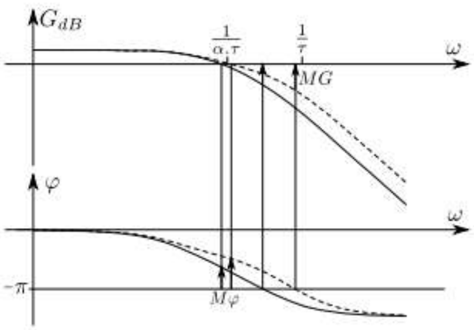
Coordonnées du point haut de la courbe de phase du correcteur :

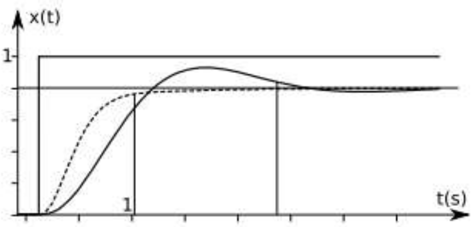
$$\boxed{\omega = \frac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}} \qquad \boxed{\sin \varphi_m = (\alpha-1)/(\alpha+1)}$$

Ce correcteur :

- augmente la phase de $\pi/2$ pour $\frac{1}{\alpha\tau} < \omega < \frac{1}{\tau}$,
- n'amplifie pas les basses fréquences mais amplifie les hautes (filtre passe haut),
- ne réduit pas le nombre d'intégrations dans la chaîne directe (précision inchangée),
- améliore la rapidité en décalant à droite $w_{c0}$,
- augmente les marges si placé proche de $w_{c0}$

Les diagrammes ci-dessous montrent l'action du correcteur sur la FTBO :



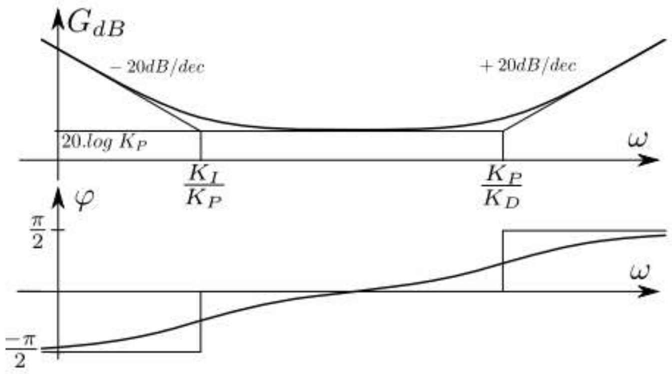




La réponse temporelle montre que l'amortissement **est nettement amélioré (plus stable aussi via les marges)**, ce qui **bénéficie aussi à la rapidité**. L'imprécision du système par contre n'est pas modifiée.

## 6. Correction PID

La fonction de transfert d'un correcteur PID théorique s'écrit : $$C(p) = K_P + \frac{K_I}{p} + K_D.p$$

Le diagramme de Bode associé :



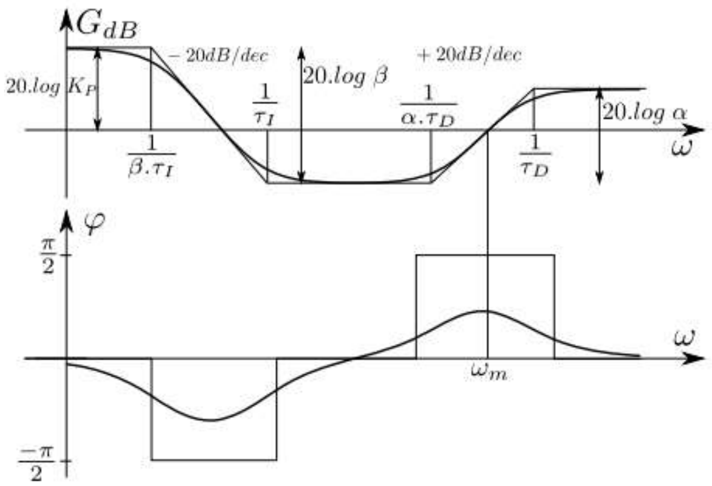

Nous ne détaillerons pas l'influence de ce correcteur sur un système asservi car ses propriétés se rapprochent fortement de celles des correcteurs proportionnel-intégral et proportionnel-dérivé. C'est le correcteur qui est certainement le plus utilisé dans les systèmes asservis, mais qui est aussi le plus délicat à régler. Il permet, si les paramètres sont bien choisis, d'avoir les avantages des trois types de correcteur

<u>Le correcteur PID des sujets de concours :</u>

Il est souvent remplacé par un correcteur proportionnel à avance et retard de phase dont la fonction de transfert est, avec $\alpha > 1$ et $\beta > 1$ :

$$C(p) = K_P \times \frac{1+\tau_I p}{1+\beta\tau_I p} \times \frac{1+\alpha\tau_D p}{1+\tau_D p}$$

Voici le Bode :




Ce correcteur cumule les bénéfices de chacune des actions proportionnelle, intégrale et dérivée. Sa synthèse est toutefois complexe car si chaque action peut améliorer le comportement si elle est bien placée, elle peut aussi le dégrader si elle est mal placée ! !

**L'action intégrale (retard de phase) sera toujours placée à basse fréquence**, pour que le retard sur la phase intervienne bien avant la pulsation de coupure et ne perturbe pas les marges. L'objectif de cette action est d'augmenter sensiblement le gain en basses fréquences.

**L'action dérivée est placée à l'endroit où les marges sont mesurées**, sur la FTBO corrigée. Elle est délicate à ajuster. L'objectif de cette action est d'apporter un maximum de phase là où la marge de phase est mesurée.

**L'action proportionnelle** permet de **finaliser le correcteur en plaçant la pulsation de cassure à la valeur désirée**, ce qui **fixe la rapidité du système.**

## 9. Influence du correcteur sur le comportement d'un système asservis - SYNTHESE -

| INFLUENCE des CORRECTEURS sur le comportement d'un ASSERVISSEMENT | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Correcteur → | P (gain K) | INTÉGRAL | DÉRIVÉ | P.I.D. |
| STABILITÉ | + si K ↘ | -- | ++ | + ou ++ |
| PRÉCISION | Améliorée si K ↗ | ++ | | + ou ++ |
| RAPIDITÉ | + 1$^{er}$ordre si K ↗<br>2$^e$ordre valeur optimale | -- | ++ | + ou ++ |
| action sur les PERTURBATIONS | Rejet partiel si K ↗ en AMONT | Rejet ou ↘ si en AMONT | | + ou ++ |

Synthèse → des méthodes d'analyse du comportement des ASSERVISSEMENTS

Pour étudier ces 3 propriétés de la FTBF ...

| | Méthode | | F.T. utile | Signaux d'entrée |
|---|---|---|---|---|
| Stabilité de la FTBF | Algéb. (absolue) | - Pôles à $Re < 0$ | FTBF | |
| | Graph. (Marges de stabilité) | - Bode | FTBO | |
| Précision de la FTBF | Valeur finale sur : | | FTBF | |
| | Résultat typique : | | classe FTBO | |
| Rapidité de la FTBF | $t_R 5\%$ : | | FTBF | |
| | Bande passante : | | $\omega_{c0}$(BO) si K g$^d$ | |