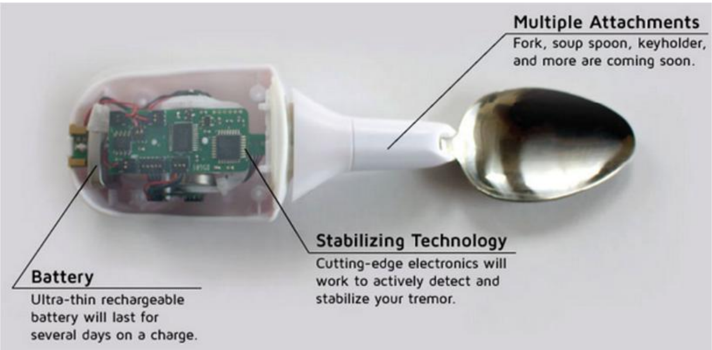
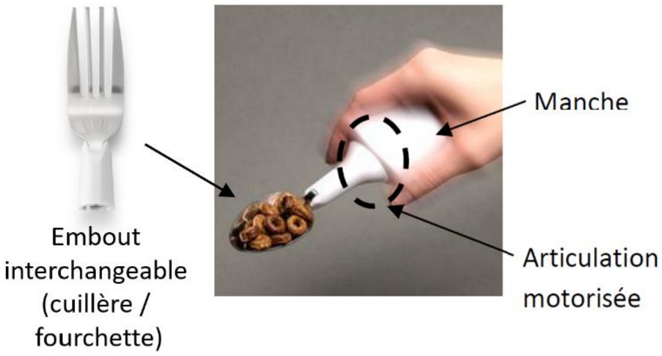
TD – Cinématique du solide

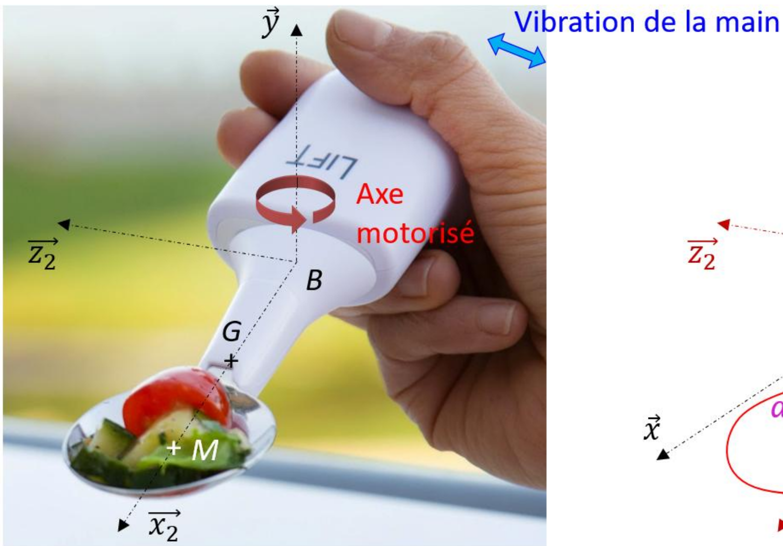
<u>Exercice 1 :</u> **Cuillère stabilisatrice**

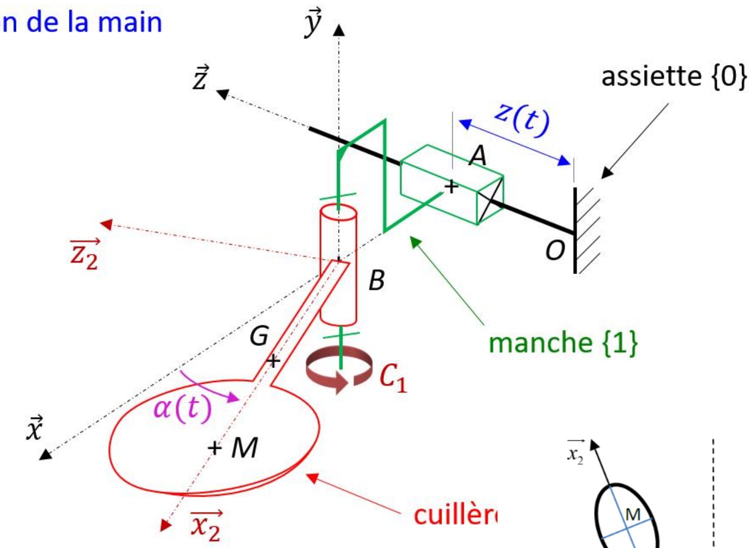
L'alimentation avec des couverts traditionnels pose des problèmes aux patients souffrants de la maladie de Parkinson. Pour faciliter l'autonomie des malades, la cuillère de LiftLab, (rachetée par Google en 2014) permet de stabiliser le manche afin d'éviter les tremblements, étant motorisée et contrant les effets des tremblements.

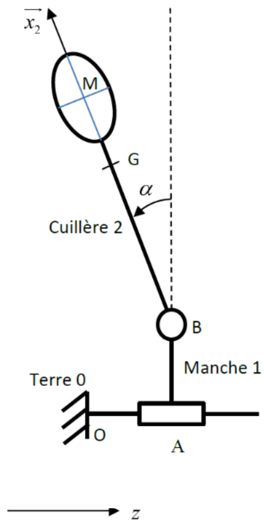




Le système de compensation des vibrations horizontales s'appuie sur une simple liaison pivot motorisée. L'utilisateur tient le manche {1} en main, mais sa main est animée d'un mouvement de vibration suivant $\vec{z}$, ce que l'on modélise comme si le manche était en liaison glissière par rapport au référentiel fixe. Le manche est quant à lui lié à la cuillère par une liaison pivot motorisée, d'axe vertical noté $(B\vec{y})$, comme illustré en figure suivante :







On assimile la vibration imposée par le patient par une glissière $\overrightarrow{V_{A,1/0}} = \dot{z}\vec{z}$, avec $\dot{z}(t) = V\cos(\omega t)$. On note $\overrightarrow{BM} = L\overrightarrow{x_2}$.

Q1 – Réaliser le graphe des liaisons du mécanisme de stabilisation horizontal schématisé ci-dessus, et tracer la figure géométrale représentant les bases B_0 et B_2 .

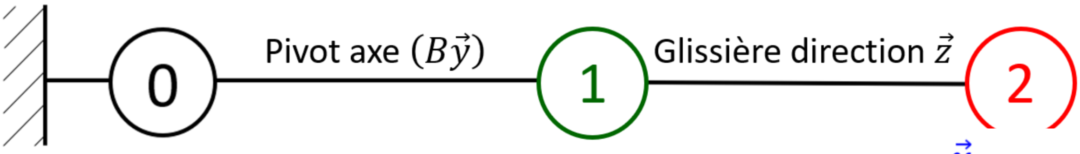
Q2 – Déterminer l'expression de la vitesse en bout de manche (là où se trouve l'aliment) $\overrightarrow{V_{M,2/0}}$, et en déduire l'expression de l'accélération $\overrightarrow{\Gamma_{M,2/0}}$.

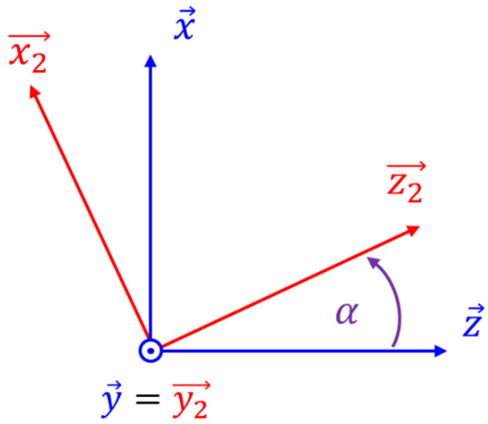
Le CDC impose une stabilisation parfaite de l'aliment dans la cuillère.

Q3 – Traduire cette exigence au moyen de deux équations scalaires.

CORRIGE

Q1 –





Q2 – Composition des vitesses en M : $\overrightarrow{V_{M,2/0}} = \overrightarrow{V_{M,2/1}} + \overrightarrow{V_{M,1/0}}$

$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$ donc $\overrightarrow{V_{M,2/1}} = \vec{0} + \overrightarrow{MB} \wedge \dot{\alpha}\vec{y} = -L\overrightarrow{x_2} \wedge \dot{\alpha}\vec{y} = -L\dot{\alpha}\overrightarrow{z_2}$

$\{V_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dot{z}\vec{z} \end{Bmatrix}_A$ donc $\overrightarrow{V_{B,1/0}} = \dot{z}\vec{z}$ (glissière = torseur couple, vitesse indépendante du point)

Donc $\boxed{\overrightarrow{V_{M,2/0}} = -L\dot{\alpha}\overrightarrow{z_2} + \dot{z}\vec{z}}$

Ainsi, par définition : $\overrightarrow{\Gamma_{M,2/0}} = \left.\dfrac{d\overrightarrow{V_{M,2/0}}}{dt}\right]_0$

$\Rightarrow \overrightarrow{\Gamma_{M,2/0}} = -L\ddot{\alpha}\overrightarrow{z_2} - L\dot{\alpha}\left.\dfrac{d\overrightarrow{z_2}}{dt}\right]_0 + \ddot{z}\vec{z} + \dot{z}\left.\dfrac{d\vec{z}}{dt}\right]_0$

Or $\left.\dfrac{d\overrightarrow{z_2}}{dt}\right]_0 = \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \wedge \overrightarrow{z_2}$ avec, par composition des vitesses : $\overrightarrow{\Omega_{2/0}} = \overrightarrow{\Omega_{2/1}} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\alpha}\vec{y} + \vec{0}$

d'où $\left.\dfrac{d\overrightarrow{z_2}}{dt}\right]_0 = \dot{\alpha}\vec{y} \wedge \overrightarrow{z_2} = \dot{\alpha}\overrightarrow{x_2}$; et par ailleurs $\left.\dfrac{d\vec{z}}{dt}\right]_0 = \vec{0}$ car $\vec{z}$ est fixe par rapport à 0

Finalement, on nous donne $\dot{z}(t) = V\cos(\omega t)$ donc $\ddot{z}(t) = -V\omega\sin(\omega t)$, d'où :

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma_{M,2/0}} = -L\ddot{\alpha}\overrightarrow{z_2} - L\dot{\alpha}^2\overrightarrow{x_2} - V\omega\sin(\omega t)\,\vec{z}}$$

Q3 – Il y a stabilisation parfaite de l'aliment si ce dernier ne subit aucune accélération : $\overrightarrow{\Gamma_{M,2/0}} = \vec{0}$.

En projection :

$$\begin{array}{l} /\vec{x} \\ /\vec{z} \end{array}\begin{cases} L\dot{\alpha}^2\sin(\alpha) = 0 \\ -L\ddot{\alpha}\cos(\alpha) + L\dot{\alpha}^2\sin(\alpha) - V\omega\sin(\omega t) = 0 \end{cases}$$

Rmq : on pourrait alors se placer dans l'approximation des petits angles $\alpha \approx 0 \Rightarrow \begin{array}{l} /\vec{x} \\ /\vec{z} \end{array}\begin{cases} 0 \approx 0 \\ -L\ddot{\alpha} - V\omega\sin(\omega t) = 0 \end{cases}$

et résoudre la seconde équation pour en déduire la loi de consigne $\alpha(t)$ qu'il faudrait imposer pour assurer cette condition de stabilité de l'aliment dans la cuillère.