

## SLCI : Système d'Imagerie Médicale

### A – Contexte

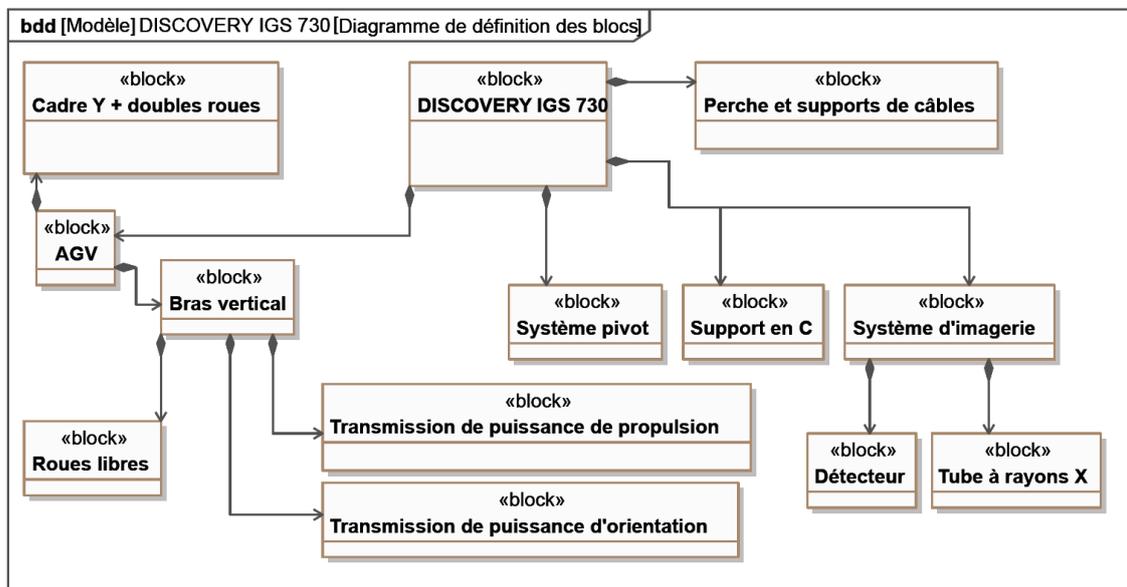
Développé dans le cadre d'un projet ambitieux associant des industriels (GE Healthcare, BA Systèmes et C&K), deux laboratoires de recherche (CEA-LIST et IRCCYN) et un centre de recherche préclinique (laboratoire CR2i INRA AP-HP), le Discovery IGS 730 (**figure 1**) est le premier système mobile d'imagerie interventionnelle.

Contrairement aux systèmes d'angiographie traditionnels, il n'est ni fixé au sol, ni suspendu au plafond, mais dispose d'une base motorisée guidée par laser qui transporte l'arceau d'imagerie. Cette innovation technologique offre une mobilité totale au système qui peut, par exemple, rejoindre de manière autonome une position « parking » prédéfinie afin de laisser tout le champ disponible à l'équipe médicale pour s'occuper du patient. Ce gain de mobilité permet également une intégration aisée en milieu clinique, un accès facilité au patient et des possibilités de positionnement illimitées.



Le système Discovery IGS 730 est constitué principalement :

- d'une base motorisée, aussi appelée AGV (pour Automated Guided Vehicle)
- d'une perche et d'un support de câbles
- du sous-système d'imagerie supporté par un bras en « C » ou arceau. Le système d'imagerie est lié à la base motorisée par l'intermédiaire de deux liaisons pivot. Un point caractéristique appelé « isocentre » (point  $I_C$ ) est rattaché au sous-système d'imagerie. Il est défini comme l'intersection de l'axe optique et de l'axe de la liaison pivot AGV/système pivot.

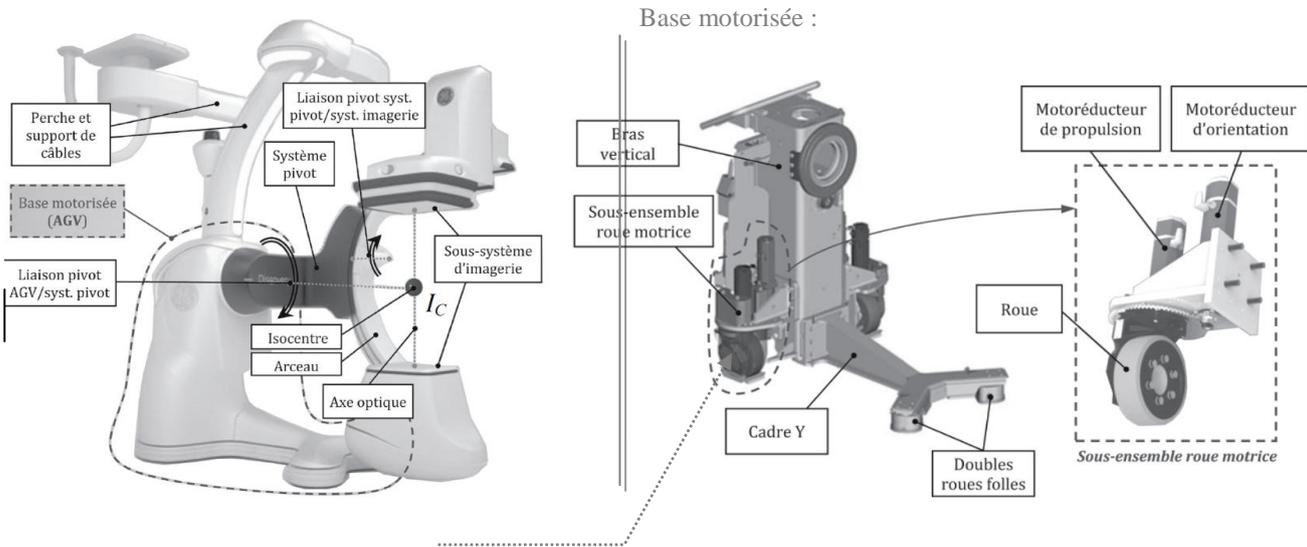


La base motorisée AGV est constituée (comme représentée ci-dessous) :

- d'une structure support, ou châssis, composée du bras vertical et du cadre Y;
- de deux sous-ensembles roue motrice et motorisation associée (un motoréducteur d'orientation et un motoréducteur de propulsion pour chaque roue); — de deux doubles roues « folles » non motorisées.



DM préparation à l'épreuve SiA en SLCI



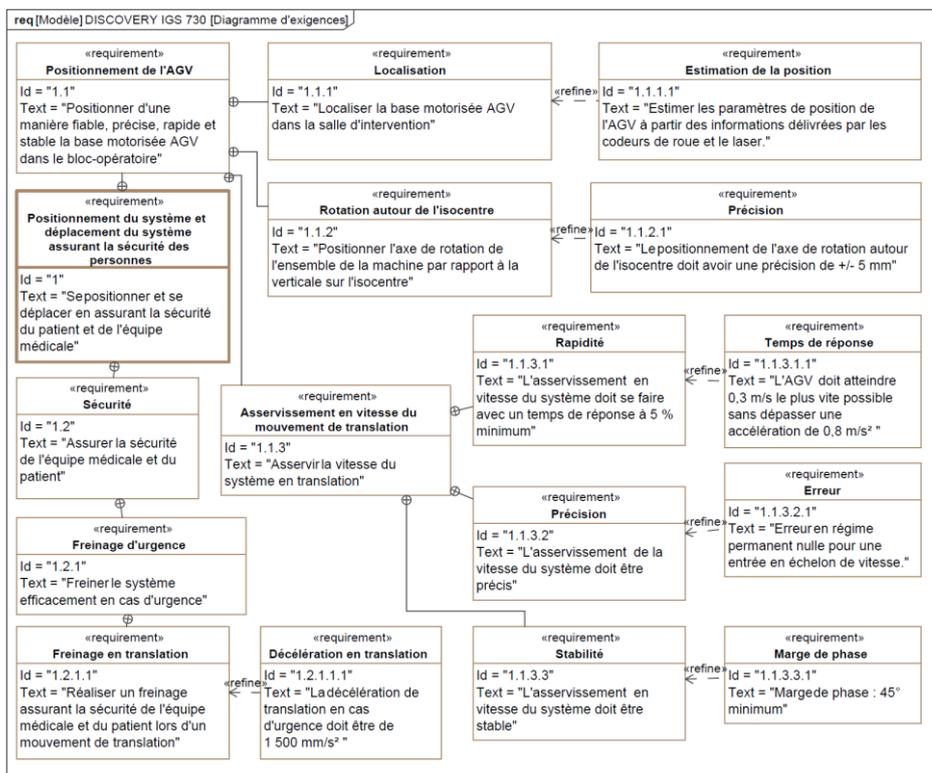
Les déplacements de la base motorisée AGV sont contrôlés de la manière suivante : au niveau de chacun des 2 moteurs, des boucles de vitesse et de position assurent l'asservissement en vitesse et position du système. Nous ne nous intéresserons dans le sujet qu'à la boucle de vitesse. L'objectif de cette partie est de déterminer les paramètres de réglage de chacune des boucles d'asservissement en vitesse lors d'un mouvement de translation de l'AGV par rapport au sol.

**OBJECTIF**

L'étude menée par la suite vise à **vérifier que l'exigence d'asservissement en vitesse du mouvement de translation** de la base motorisée AGV (Id. 1.1.3, voir cahier des charges en page suivante) et ses sous-exigences sont respectées.

**B – Cahier des charges fonctionnel**

Ci-dessous le cahier des charges donné sous forme de diagramme des exigences SysML :





DM préparation à l'épreuve SiA en SLCI

**C – Modélisation de la chaîne directe du système de propulsion et nécessité d'une correction**

Hypothèses et modélisations :

- l'AGV se déplace en ligne droite (consigne de vitesse  $v_c(t)$ ), les roues étant dans la même direction que l'axe de symétrie, les roues motrices roulent sans glisser sur le sol : leur rayon est noté  $r = 115$  mm.
- la charge extérieure est supposée équi-répartie sur chacun des deux moteurs. Ainsi, pour une vitesse  $v(t)$  de la plateforme, les deux moteurs de propulsion tournent à la même vitesse angulaire  $\omega_m(t)$ , sont alimentés par une même tension de commande  $u(t)$  et fournissent un même couple moteur  $C_m(t)$ ;
- les perturbations sont réparties sur chacun des axes des deux moteurs et sont modélisées par un même couple de perturbation équivalent appliqué sur chacun des axes moteurs  $C_r(t)$ ;
- les caractéristiques inertielles de la plateforme sont représentées au niveau de chaque axe moteur par un moment d'inertie équivalent  $J_{eq}$ ;
- le comportement individuel d'un des deux moteurs brushless peut être approché par celui d'une machine à courant continu avec les équations électromécaniques classiques (inductance non négligée).
- le moteur est directement suivi d'un réducteur à deux étages :
  - le premier étage a un rapport de réduction  $k_1 = 1/4$
  - le second étage a un rapport de transmission  $1/k_2 = 28.9$ .

**C.1/ Modélisation du moteur Brushless par une MCC**

On donne les notations et valeurs numériques suivantes :

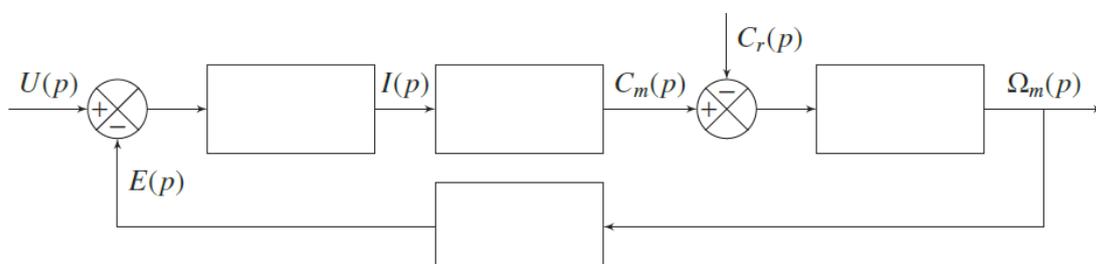
Symbole	Désignation	Valeurs, unités
$u(t)$	Tension d'alimentation du moteur	[V]
$e(t)$	Tension contre-électromotrice dans un moteur	[V]
$i(t)$	Intensité du courant dans un moteur	[A]
$v(t)$	Vitesse de translation du système	[m/s]
$\omega_m(t)$	Vitesse angulaire de chacun des deux moteurs	[rad/s]
$C_m(t)$	Couple moteur appliqué par chacun des deux moteurs	[N.m]
$C_r(t)$	Couple de perturbation équivalent appliqué à chacun des deux axes moteurs	[N.m]
$R$	Résistance de l'induit d'un moteur	$0,07\Omega$
$L$	Inductance de l'induit d'un moteur	$0,15mH$
$K_e$	Constante de vitesse d'un moteur	$0,113V/(rad/s)$
$K_c$	Constante de couple d'un moteur	$0,113N \cdot m/A$
$J_{eq}$	Inertie équivalente de la moitié du système ramenée sur l'axe d'un moteur	$5,3 \cdot 10^{-3} kg m^2$

On notera par la suite  $\Omega_m(p)$ ,  $U(p)$ ,  $E(p)$ ,  $I(p)$ ,  $C_m(p)$  et  $C_r(p)$  les transformées de Laplace de  $\omega_m(t)$ ,  $u(t)$ ,  $e(t)$ ,  $i(t)$ ,  $C_m(t)$  et  $C_r(t)$ .

**Q1** – Rappeler les composants et capteurs constituant un moteur brushless autopiloté.

**Q2** – Rappeler les quatre équations temporelles de la machine électrique assimilée à une MCC, et déterminer les transformées de Laplace de ces équations en considérant des conditions initiales nulles.

**Q3** – Compléter alors le schéma-bloc ci-dessous par les transmittances manquantes.





DM préparation à l'épreuve SiA en SLCI

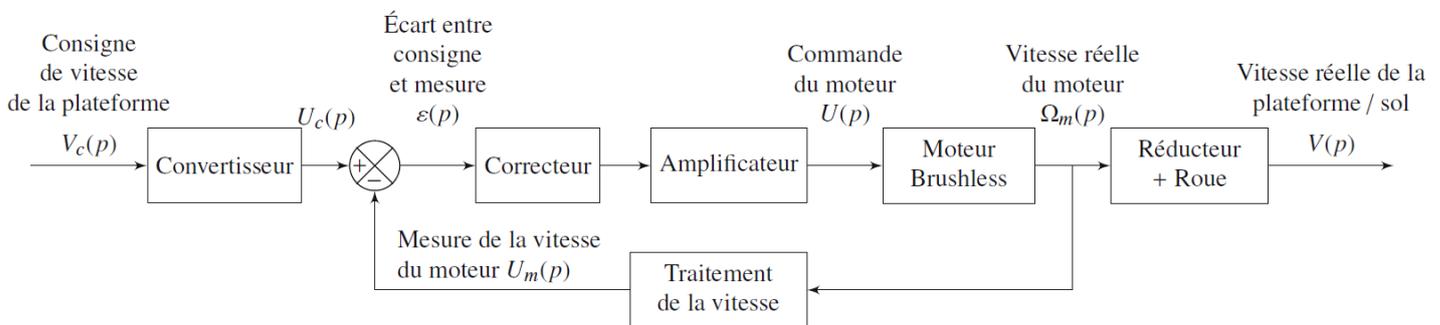
**Q4** – Déterminer, sous forme canonique, les fonctions de transfert  $H_1(p)$  et  $H_2(p)$  telles que  $\Omega_m(p) = H_1(p)U(p) + H_2(p)C_r(p)$ .

Pour la suite, on focalisera l'étude sur les performances du système **en l'absence de perturbation**.

**Q5** – Mettre la fonction de transfert en boucle fermée sous la forme  $H_1(p) = \frac{K_m}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$ , en admettant que la constante de temps électromécanique  $\tau_1 \gg \tau_2$  la constante de temps électrique.

**C.2/ Asservissement en vitesse de la base motorisée de l'AGV**

Ci-dessous un schéma-bloc de principe de la boucle fermée et corrigée de l'AGV asservi en vitesse.



Pour une consigne de vitesse  $v_c(t)$  [m/s], les microcontrôleurs de pilotage génèrent une tension de consigne de rotation à appliquer à chaque moteur  $u_c(t)$  [V]. Un traitement numérique de la vitesse relevée sur l'axe de chaque moteur fournit une tension mesurée  $u_m(t)$  [V], image de la vitesse de rotation du moteur  $\omega_m(t)$ . Un correcteur (défini par la suite) adapte le signal écart entre la tension de consigne et la tension mesurée, ce qui permet après correction et amplification, de définir la tension d'alimentation  $u(t)$  à appliquer aux moteurs.

On donne les notations et valeurs numériques suivantes :

Blocs	Fonctions de transfert
Convertisseur	$K_{conv}$ (à déterminer en Q7)
Correcteur	$C(p)$ (réglé en partie D)
Amplificateur	$K_A = 7,9$ sans unité
Traitement numérique de la vitesse	$G_{vit}(p)$ (étudié en Q6)
Réduction et roue	$K_R$ (à déterminer en Q7)

Dans toute cette partie C on suppose le correcteur  $C(p) = 1$  unitaire.

Indépendamment des résultats trouvés précédemment, la fonction de transfert du moteur brushless sera prise égale à  $H_m(p) = \frac{K_m}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$  : avec  $K_m = 8,85$  (rad/s)/V,  $\tau_1 = 0,027$ s et  $\tau_2 = 0,0023$ s.

La chaîne de retour, composée d'un codeur incrémental et d'un convertisseur analogique-numérique et d'un filtrage anti-parasites, est modélisée comme un passe-bas du 1<sup>er</sup> ordre :  $G_{vit}(p) = \frac{K_{vit}}{1+\tau_{vit} p}$  avec  $K_{vit} = 1,4 \times 10^{-3}$  V/(rad/s). La bande-passante de cet ensemble est 20 kHz.

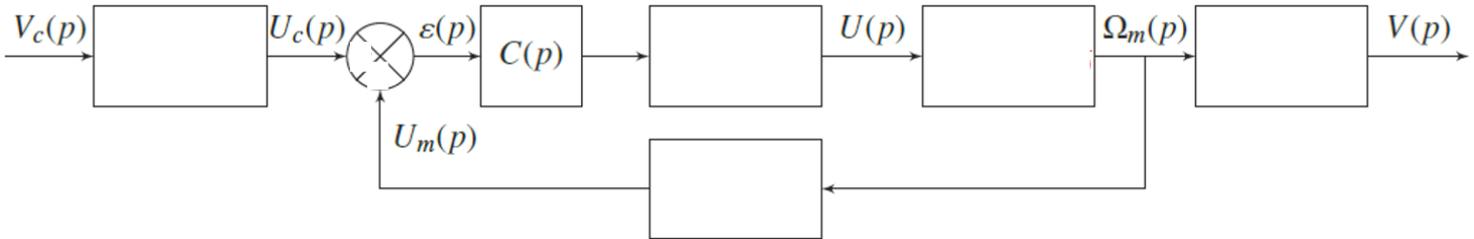
**Q6** – Justifier qu'on peut alors assimiler la chaîne de retour à un gain constant pour ce système :  $G_{vit}(p) = K_{vit}$ .



DM préparation à l'épreuve SiA en SLCI

**Q7** – Déterminer la valeur et l'unité du gain  $K_R$  lié à l'ensemble réducteur + roue, puis celles du gain du convertisseur  $K_{conv}$ .

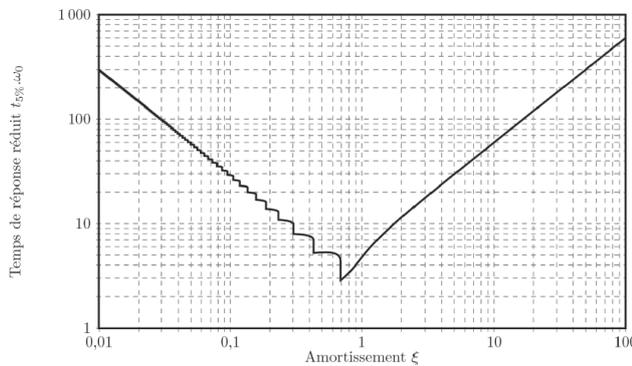
**Q8** – Remplir alors le schéma-bloc suivant en précisant les transmittances sous formes littérales et les signes du sommateur.



**Q9** – Déterminer, en fonction notamment de  $K_m, K_A, K_{vit}, \tau_1$  et  $\tau_2$ , l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée de la boucle de vitesse sous la forme canonique d'un système du second ordre. Donner  $K, \zeta$  et  $\omega_0$ .

Afin de vérifier l'exigence 1.1.3.1.1 de « temps de réponse » fixée par le cahier des charges, on fait l'approximation suivante pour déterminer l'accélération maximale de l'AGV :  $a_{max} \approx \frac{V_{max}}{t_{r5\%}}$  avec  $t_{r5\%}$  temps de réponse à 5%.

**Q10** – À l'aide de l'abaque de temps de réponse réduit en page suivante, déterminer le temps de réponse à 5 % de la boucle de vitesse (faire apparaître les tracés sur le document réponse). Ce temps de réponse est-il satisfaisant vis-à-vis de l'exigence Id. 1.1.3.1.1? Sinon, comment satisfaire cette exigence ?



**Q11** – Déterminer l'erreur en régime permanent de la boucle de vitesse pour une entrée en échelon d'amplitude  $V_0$ . Permet-elle de satisfaire l'exigence Id. 1.1.3.2.1? Sinon, comment satisfaire cette exigence ?

**D – Réglage de la correction proportionnelle-intégrale par compensation de pôle**

Le correcteur implanté est un correcteur proportionnel-intégral PI, de la forme  $C(p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right)$  dont le temps  $T_i$  sera choisi par compensation du pôle dominant de la chaîne directe.

**Q12** – Tracer sur feuille le diagramme de Bode asymptotique (gain et phase) de ce correcteur seul. Respecte-t-il la condition proposée en question **Q11** ?

**Q13** – Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte  $BO(p) = \frac{K_{BO}(1+\tau_1 p)}{p^\alpha(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$  en fonction de  $K_m, K_A, K_{vit}, \tau_1$  et  $\tau_2$ .



DM préparation à l'épreuve SiA en SLCI

Donner l'expression du gain statique  $K_{BO}$  et de la classe  $\alpha$  de cette FTBO.

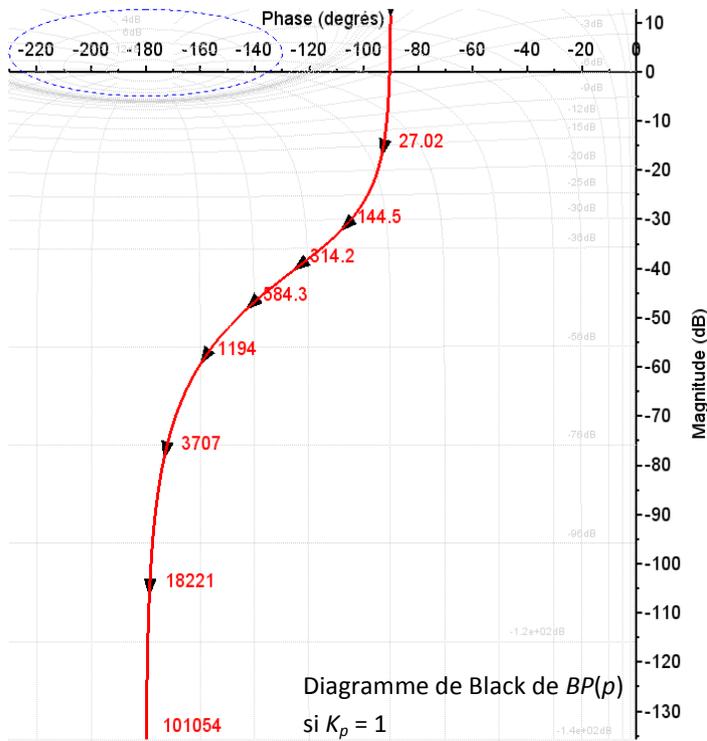
L'application numérique donne  $K_{BO} = 3,7 K_p$ .

**Q14** – L'exigence de précision ID 1.1.3.2 est-elle vérifiée ?

**Q15** – On choisit  $T_i$  de façon à compenser le "mode le plus lent" (le plus limitant au niveau de l'échelle de temps, lié à la constante de temps mécanique, et non purement électrique, du système). Donner la valeur de  $T_i$ , puis la nouvelle expression de  $BO(p)$ .

**Q16** – Déterminer par le calcul la valeur du gain  $K_p$  à imposer pour respecter l'exigence de marge de phase 1.1.3.1.1

On donne le diagramme de Black de la FTBO si  $K_p = 1$ .



**Q17** – Déterminer graphiquement la valeur du gain  $K_p$  à imposer pour respecter l'exigence de marge de phase 1.1.3.1.1. Est-ce en accord avec le résultat de la **Q16** ?

**Q18** – Conclure en choisissant, si possible, le gain  $K_p$ , parmi les trois valeurs proposées, satisfaisant l'exigence de stabilité 1.1.3.3 et de rapidité 1.1.3.1. Appuyez votre réponse par des tracés sur la figure ci-contre.

