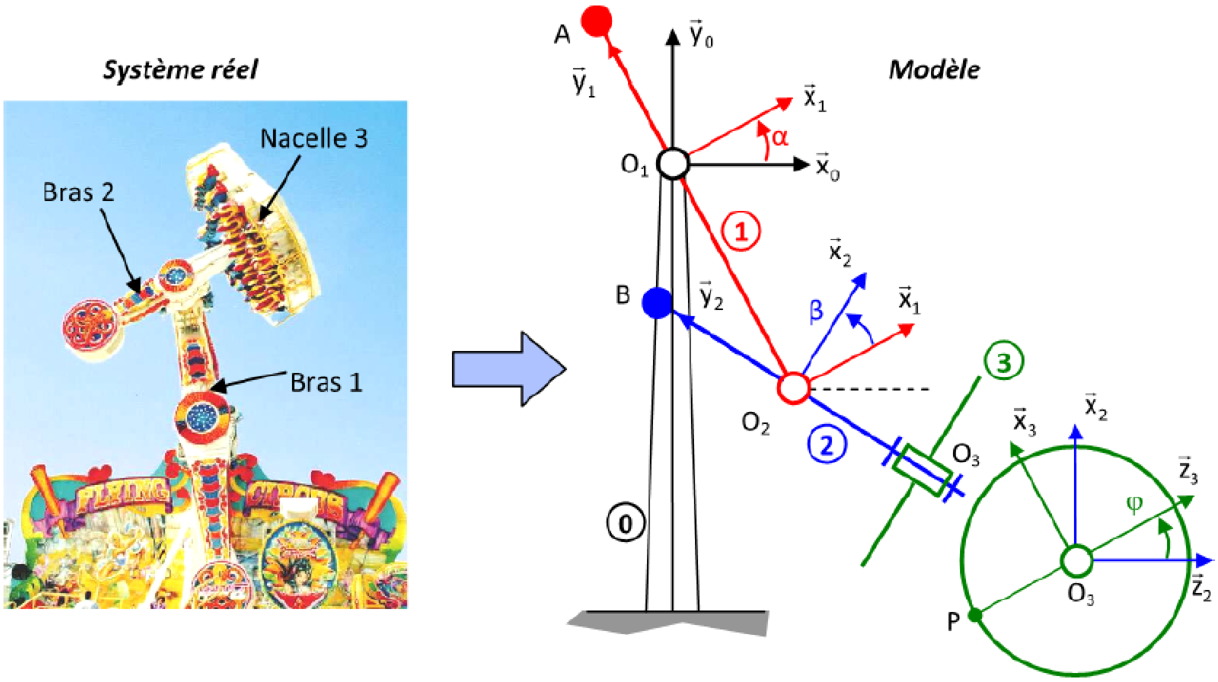
Exercice 1:

Magic arms

La manège Magic Arms dont la modélisation ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel est composé d'une structure métallique d'environ 12 m de haut avec deux bras mobiles. Les passagers s'assoient sur 39 pièces disposées sur une plate-forme tournante. Dès que tous les passagers sont assis et attachés, la nacelle tourne autour de son axe, le bras principal (bras 1) et le bras secondaires (bras 2), liés l'un à l'autre au début du cycle, commencent à tourner. Après 9 secondes, le maximum de hauteur est atteint et les deux bras se désindexent et se mettent à tourner indépendamment l'un de l'autre. Tous les mouvements sont pilotés par ordinateur.



Exigences techniques	Critère	Niveau
Exigence 1.2	Accélération subie par le passager	2,5g maxi

Le manège, schématisé ci-dessus, comporte :

- Un bras principal **1** assimilé à une barre **A O₁ O₂** . Il est en liaison pivot parfaite d'axe (O_1, $\vec{z_1}$) caractérisé par l'angle **α** avec le bâti **0**. On pose : $\overrightarrow{O_1\,O_2} = -\ell_1 \,.\, \vec{y_1}$
- Un bras secondaire **2** assimilé à une barre B O_2 O_3 . Il est en liaison pivot parfaite d'axe (O_2, $\vec{z_2}$) caractérisé par l'angle β avec le bras principal **1**. On pose : $\overrightarrow{O_2\,O_3} = -\ell_2 \,.\, \vec{y_2}$
- Une nacelle **3** assimilé à un disque de centre **O_3** et de rayon **R**. Elle est en liaison pivot parfaite d'axe (O_3, $\vec{y_2}$) caractérisé par l'angle **φ** avec le bras **2**. On s'intéresse plus particulièrement à un passager considéré comme un point matériel P tel que : $\overrightarrow{O_3\,P} = -\,R\,.\,\vec{z_3}$

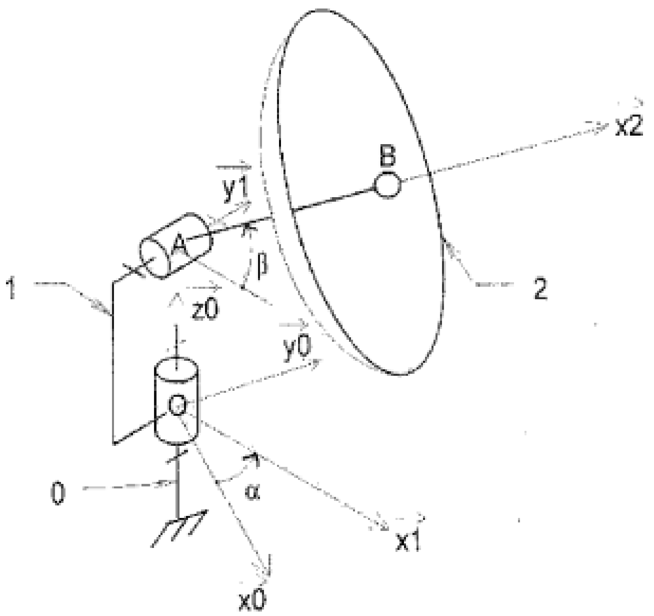
Question 1 : Construire les figures planes de changement de base.

Exprimer les vitesses de rotation $\overrightarrow{\Omega_{10}}$, $\overrightarrow{\Omega_{21}}$ et $\overrightarrow{\Omega_{32}}$ puis $\overrightarrow{\Omega_{20}}$ et $\overrightarrow{\Omega_{30}}$

Question 2 : Exprimer les vitesses $\overrightarrow{V_{O_2,2/0}}$, $\overrightarrow{V_{O_3,3/0}}$, puis la vitesse du passager $\overrightarrow{V_{P,3/0}}$.

On pose $\overrightarrow{V_{P,3/0}} = V_{x_2} \,.\, \vec{x_2} + V_{y_2} \,.\, \vec{y_2} + V_{z_2} \,.\, \vec{z_2}$. Donner les expressions de V_{x_2} , V_{y_2} et V_{z_2}

Exercice 2:



0 : bâti avec: $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

1 : porte parabole avec: $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$

2 : parabole avec: $R_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_1, \vec{z}_2)$

$\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ (angle de gisement)

$\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ (angle de site)

$\overrightarrow{OA} = a\,\vec{z}_0$

$\overrightarrow{AB} = b\,\vec{x}_2$

α et β sont des paramètres fonction du temps

a et **b** sont des paramètres géométriques constants

Question 1 : Construire les figures planes de changement de base.
Exprimer les vecteurs vitesse angulaire $\mathbf{\Omega_{10}}$ et $\mathbf{\Omega_{21}}$.

Question 2 : Exprimer $\{\mathcal{V}_{1/0}\}$ et $\{\mathcal{V}_{2/1}\}$ pour chacun en un point judicieusement choisi sur leur axe central.
Déterminer les expressions (sous la forme la plus condensée) des éléments de réduction de ces torseurs.

Question 3 : Exprimer $\{\mathcal{V}_{1/0}\}$ et $\{\mathcal{V}_{2/1}\}$ au point B en déterminant les éléments de réduction de ces torseurs.

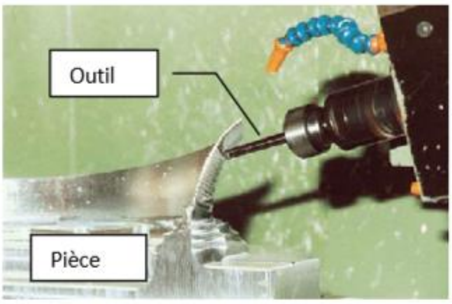
Question 4 : En déduire $\{\mathcal{V}_{2/0}\}$ au point B.

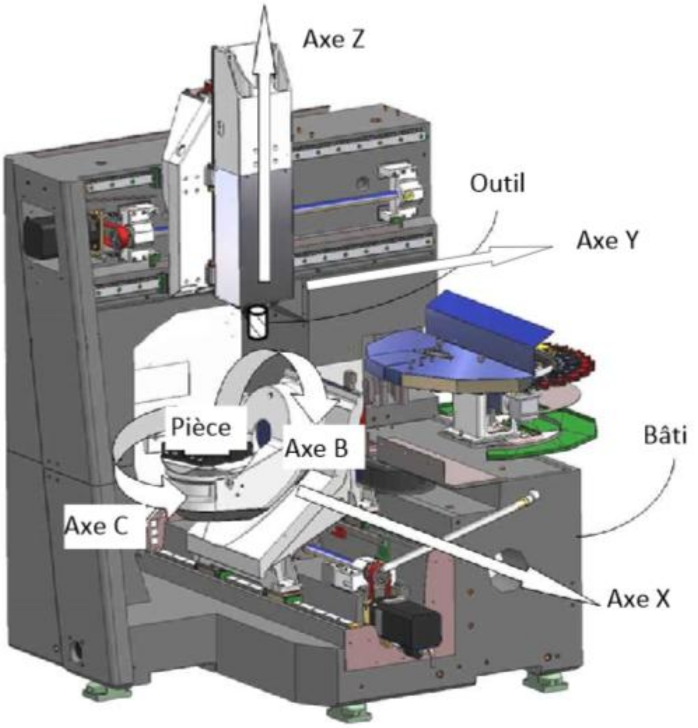
Exercice 3:

Etude d'un centre d'usinage grande vitesse 5 axes

(Inspiré du concours ATS GM 2006)

L'usinage est une opération de transformation d'un produit par enlèvement de matière. Cette opération est à la base de la fabrication de produits dans les industries mécaniques. On appelle le moyen de production associé à une opération d'usinage une machine outil ou un centre d'usinage. La génération d'une surface par enlèvement de matière est obtenue grâce à un outil muni d'au moins une arête coupante.



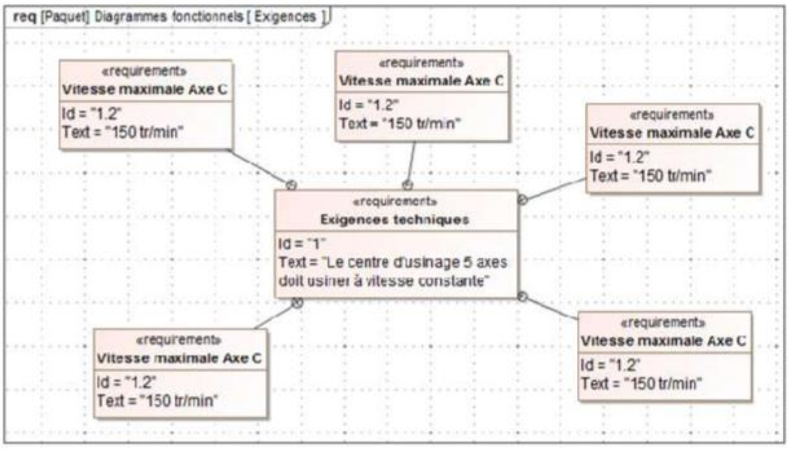


Les différentes formes de pièces sont obtenues par des translations et des rotations de l'outil par rapport à la pièce.

Exemple de pièce complexe obtenue par usinage

La figure ci-contre est un exemple de machine possédant 3 translations (X, Y et Z) et deux rotations (B et C).Une telle machine est appelée machine 5 axes (un axe est un ensemble qui gère un des mouvements élémentaire, translation ou rotation).

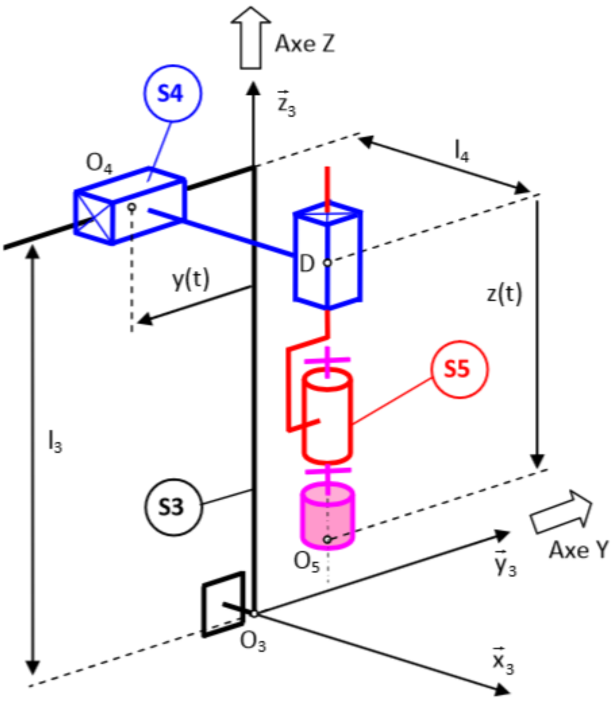
Sur cette machine, 2 axes sont utilisés pour mettre en mouvement l'outil par rapport au bâti (ce sont les translations Y et Z) et 3 axes sont utilisés pour mettre en mouvement la pièce par rapport au bâti (ce sont la translation X et les deux rotations B et C).



	Variable	Course
Axe X	$x(t)$	800mm
Axe Y	$y(t)$	600mm
Axe Z	$z(t)$	500mm
Axe B	$\theta_1(t)$	+30°/-110°
Axe C	$\theta_0(t)$	360°

L'objectif de cette étude est de déterminer les conditions cinématiques à imposer pour respecter le critère de qualité d'usinage du cahier des charges.

La chaîne cinématique pour déplacer l'outil par rapport au bâti est fournie sur la figure suivante.



Les solides S3, S4 et S5 sont associés aux repères suivants : $R_3(O_3,\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$

$R_4(O_4,\vec{x}_4=\vec{x}_3,\vec{y}_4=\vec{y}_3,\vec{z}_4=\vec{z}_3)$

$R_5(O_5,\vec{x}_5=\vec{x}_3,\vec{y}_5=\vec{y}_3,\vec{z}_5=\vec{z}_3)$

On pose : $\overrightarrow{O_3O_4}=y.\vec{y}_3+l_3.\vec{z}_3$

$\overrightarrow{O_4D}=l_4.\vec{x}_4$

$\overrightarrow{DO_5}=z.\vec{z}_5$

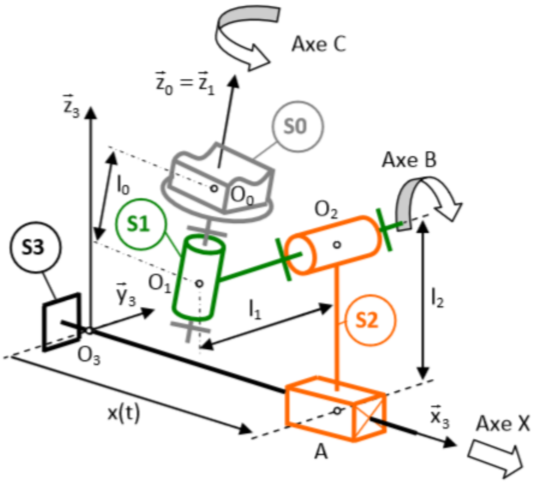
Q.1. Exprimer $\overrightarrow{O_3O_5}$ dans la base du référentiel R_3.

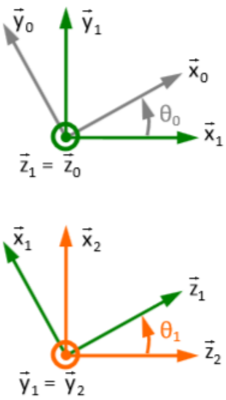
Q.2. Définir et caractériser le lieu géométrique du point O_5 (extrémité de l'outil) dans son mouvement par rapport au repère R_3, lorsque l'on commande les axes Y et Z.

Q.3. Donner l'expression de $\overrightarrow{V_{O_5\in 5/3}}$.

Q.4. Calculer la valeur maximale de la norme du vecteur vitesse $\left\|\overrightarrow{V_{O_5\in 5/3}}\right\|$. (On donne : V_{max} des axes = 40m/min)

La chaîne cinématique pour déplacer la pièce par rapport au bâti est fournie sur la figure suivante.





Les solides S3, S2, S1 et S0 sont associés aux repères suivants :

$R_3(O_3,\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$; $R_2(O_2,\vec{x}_2=\vec{x}_3,\vec{y}_2=\vec{y}_3,\vec{z}_2=\vec{z}_3)$; $R_1(O_1,\vec{x}_1,\vec{y}_1=\vec{y}_2,\vec{z}_1)$ et $R_0(O_0,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0=\vec{z}_1)$

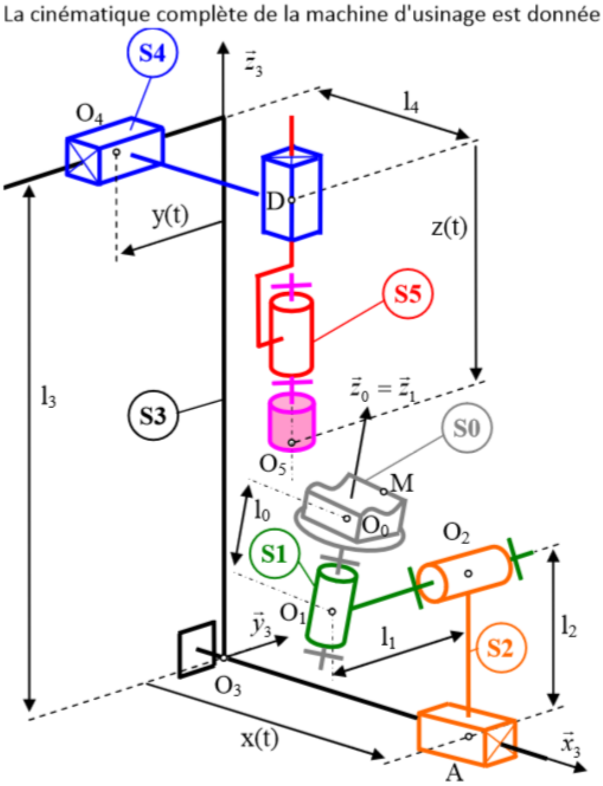
On pose : $\overrightarrow{O_3A}=x.\vec{x}_3$; $\overrightarrow{AO_2}=l_2.\vec{z}_3$; $\overrightarrow{O_2O_1}=-l_1.\vec{y}_3$; $\overrightarrow{O_1O_0}=l_0.\vec{z}_1$

Q.5. Caractériser le lieu géométrique du point O_0 dans son mouvement par rapport au repère R_3 lorsque l'on commande les axes X, B et C.

Q.6. Déterminer l'expression de $\overrightarrow{V_{O_0\in 0/3}}$.

Q.7. Déterminer la valeur maximale de la norme de cette vitesse si l_0 = 0,1m et $\dot{x}=0$.

La cinématique complète de la machine d'usinage est donnée sur la figure suivante.



La surface usinée est définie comme un ensemble de points M de coordonnées (x_M, y_M, z_M) dans le repère R_0.

Q.8. Réaliser le graphe des liaisons du système complet.

Q.9. Déterminer $\overrightarrow{\Omega_{S0/R3}}$ dans la base du référentiel R_1.

On note $\overrightarrow{V_{M\in 0/3}}=v_{x_M}.\vec{x}_3+v_{y_M}.\vec{y}_3+v_{z_M}.\vec{z}_3$

Q.10. Déterminer v_{y_M}, c'est à dire la projection de $\overrightarrow{V_{M\in 0/3}}$ sur l'axe $\vec{y}_3$.

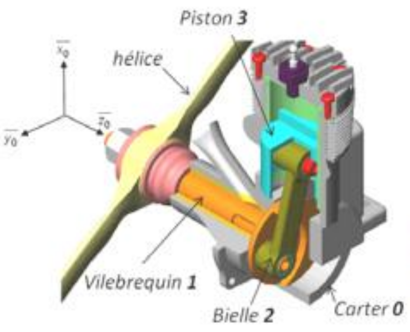
Q.11. Déterminer une relation entre $\overrightarrow{V_{O_5\in 5/0}}$, $\overrightarrow{V_{O_5\in 5/3}}$, $\overrightarrow{V_{M\in 0/3}}$ et $\overrightarrow{\Omega_{S0/R3}}$.

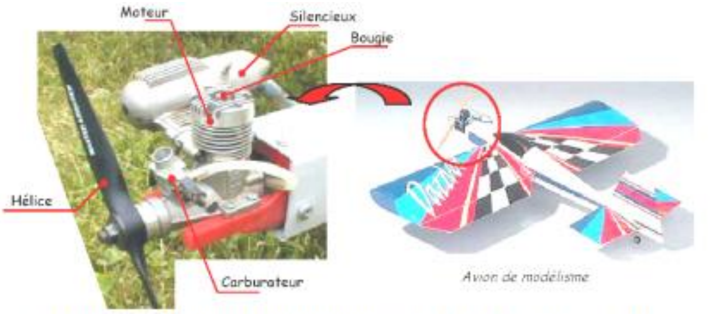
Q.12. Le point O_5 doit se déplacer sur la surface usinée des points M. En déduire une simplification de l'équation de la question précédente.

Q.13. Déterminer la contrainte cinématique à appliquer sur v_{x_M}, v_{y_M}, v_{z_M}, $\dot{y}$ et $\dot{z}$ pour assurer le critère de qualité d'usinage du cahier des charges.

Exercice 4:

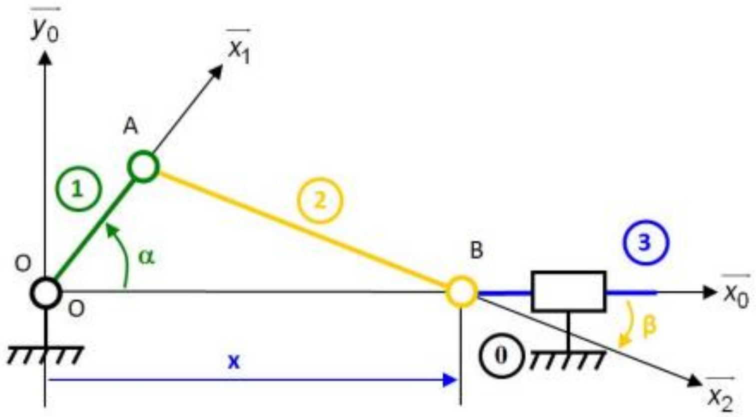
Le moteur étudié, qui permet de faire tourner une hélice, est destiné à être assemblé sur des avions de modélisme afin de les propulser.





Comme tous les moteurs thermiques, il utilise un dispositif « bielle-manivelle » pour transformer le mouvement de translation alternative du piston (généré par les explosions du mélange air + carburant) en mouvement de rotation continu du vilebrequin.

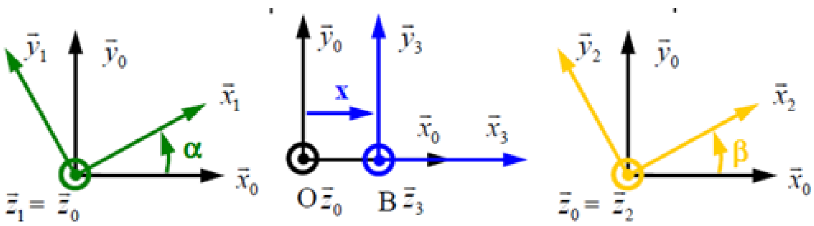
Ce dispositif est représenté ci-contre sous la forme d'un schéma cinématique.



Constituants et paramétrage :

- Le carter **0**, de repère associé $R_0(O,\overline{x_0},\overline{y_0},\overline{z_0})$, est considéré comme fixe.
- Le vilebrequin **1**, de repère associé $R_1(O,\overline{x_1},\overline{y_1},\overline{z_1})$, est en liaison pivot d'axe $(O,\overline{z_0})$ avec le carter **0** tel que $\overline{z_0}=\overline{z_1}$ et $(\overline{x_0},\overline{x_1})=\alpha$. On donne $OA=e$.
- La bielle **2**, de repère associé $R_2(A,\overline{x_2},\overline{y_2},\overline{z_2})$, est en liaison pivot d'axe $(A,\overline{z_0})$ avec le vilebrequin 1 et en liaison pivot d'axe $(B,\overline{z_0})$avec le piston 3 tel que $(\overline{x_0},\overline{x_2})=\beta$. On donne $AB=L$.
- La piston **3**, de repère associé $R_3(B,\overline{x_0},\overline{y_0},\overline{z_0})$, est en liaison glissière de direction $\overline{x_0}$ avec le carter **0** tel que $\overline{OB}=x\cdot\overline{x_0}$.

Données : $e=11\ mm$, $L=40\ mm$ et $\Phi_{piston}=24\ mm$

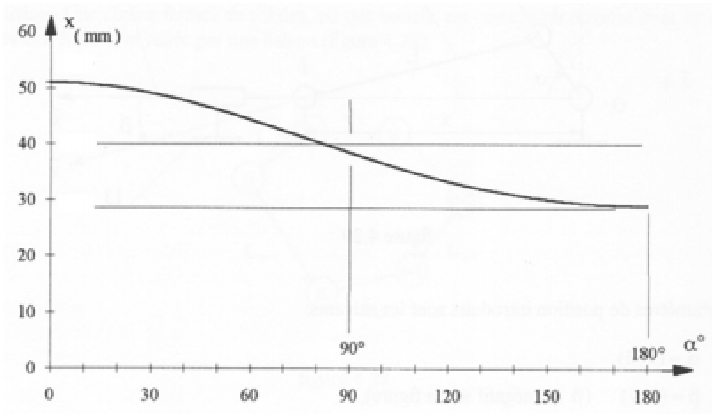


Question 1 : *Donner le paramètre d'entrée et le paramètre de sortie du dispositif de transformation de mouvement.*

Question 2 : *Déterminer, à l'aide d'une fermeture géométrique, la loi entrée-sortie en position $x = f(\alpha)$ du dispositif de transformation de mouvement.*

Question 3 : *Retrouver ce résultat à l'aide du théorème d'Al-Kashi (Pythagore généralisé).*

Le graphique de cette fonction a l'allure suivante :



Question 4 : *Déterminer la cylindrée du micromoteur.*

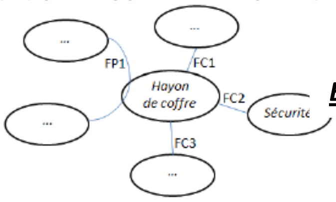
> *La cylindrée d'un moteur correspond au volume balayé par le piston lorsqu'il passe de la position « point mort bas » (position extrême basse) au « point mort haut » (position extrême haute).*
> *Si le moteur possède plusieurs cylindres, il faut multiplier ce volume par le nombre de cylindres.*

Question 5 : *Déterminer, à l'aide du résultat de la question Q2, la loi entrée-sortie en vitesse $\dot{x} = f(\dot{\alpha}, \alpha)$. En déduire le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{B\in 3/0}}$ en fonction de $\dot{\alpha}$, α, L et e.*

Exercice 5:

Le dessin de la figure ci-dessous représente, dans une position « mi-ouvert », le hayon arrière 1 d'un véhicule automobile. L'effort nécessaire à son ouverture est généré par deux vérins à gaz (2, 3) et (2', 3') installés de chaque côté de sa largeur à l'intérieur du véhicule.Pour chaque vérin : la vitesse de sortie de tige 3 (3') par rapport au corps 2 (2') est de *50 mm.s^{-1}*

Renault Koléos



FP1 : ...
FC1 : ...
FC2 : Ne présenter aucun danger pour l'utilisateur
FC3 : ...

Extrait du diagramme des exigences

Fonction	Critère	Niveau
FC2	...	...
	Vitesse de l'extrémité du hayon	< 400 mm.s^{-1}
	...	...

Objectif : *Vérifier le critère de la fonction FC2 pour la position du hayon décrite sur la figure.*

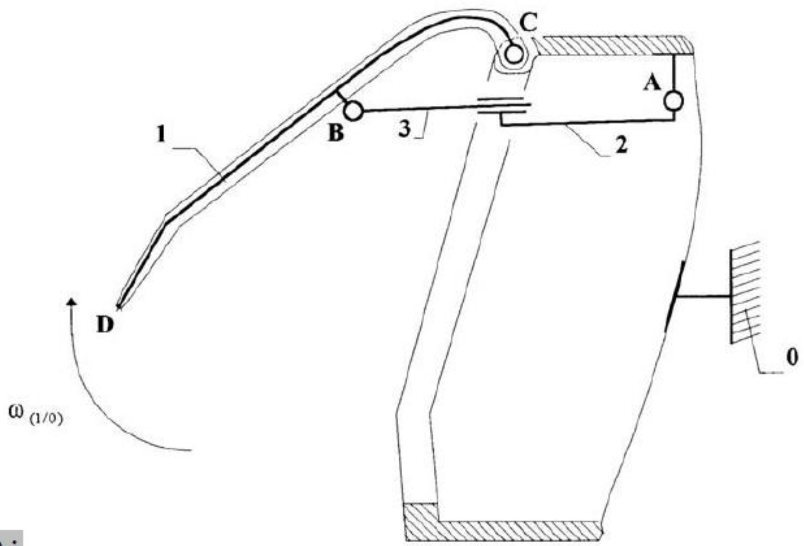
Question 1 : *Tracer les trajectoires* $T_{B\in 1/0}$, $T_{D\in 1/0}$, $T_{B\in 2/0}$ *et* $T_{B\in 3/2}$.

Question 2 : *Proposer une démarche permettant de déterminer graphiquement* $\overrightarrow{V_{D\in 1/0}}$.

N.B : cette question ne sera jamais demandée au concours mais il faut se la poser tout seul et savoir y répondre !

Question 3 : *Appliquer cette démarche et déterminer graphiquement, dans la position du hayon décrite sur la figure ci-dessous, le vecteur vitesse* $\overrightarrow{V_{D\in 1/0}}$.

Question 4 : *Conclure quant au respect du critère de la fonction FC2.*



Echelle des vitesses conseillée : 1 cm ↔ 100 mm/s.