

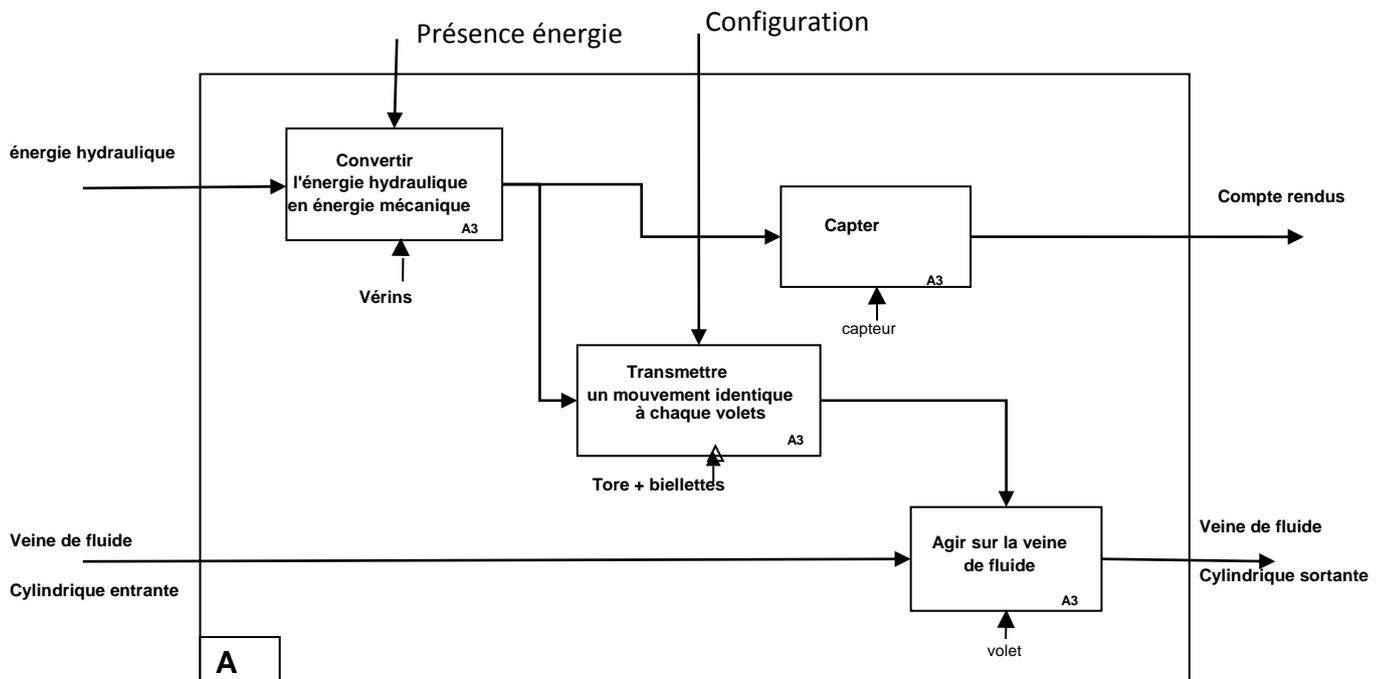
TUYÈRE À OUVERTURE VARIABLE POUR BANC D'ESSAIS DE TURBORÉACTEURS

PARTIE A

ANALYSE FONCTIONNELLE ET STRUCTURELLE

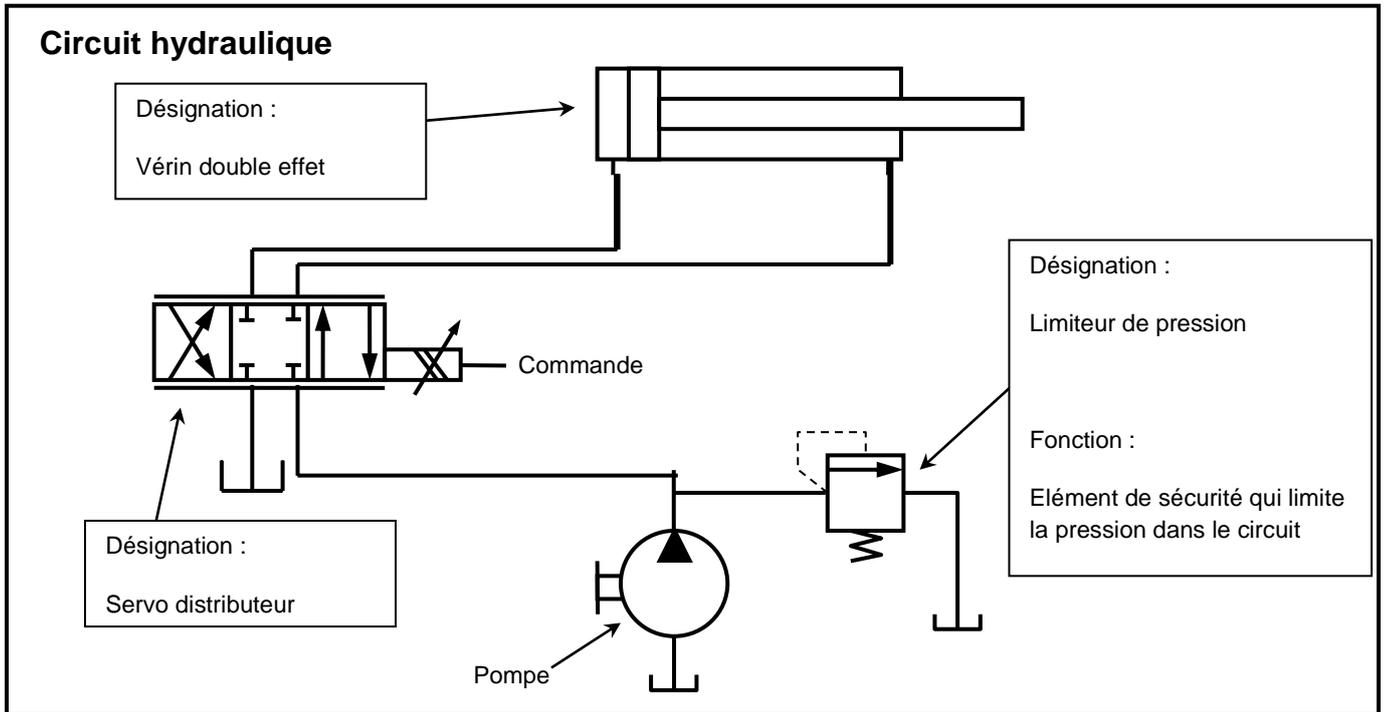
Question 1

À partir de la présentation du système et des diagrammes fournis en annexe 1, compléter le diagramme SADT de niveau A3 ébauché sur le cahier réponse.



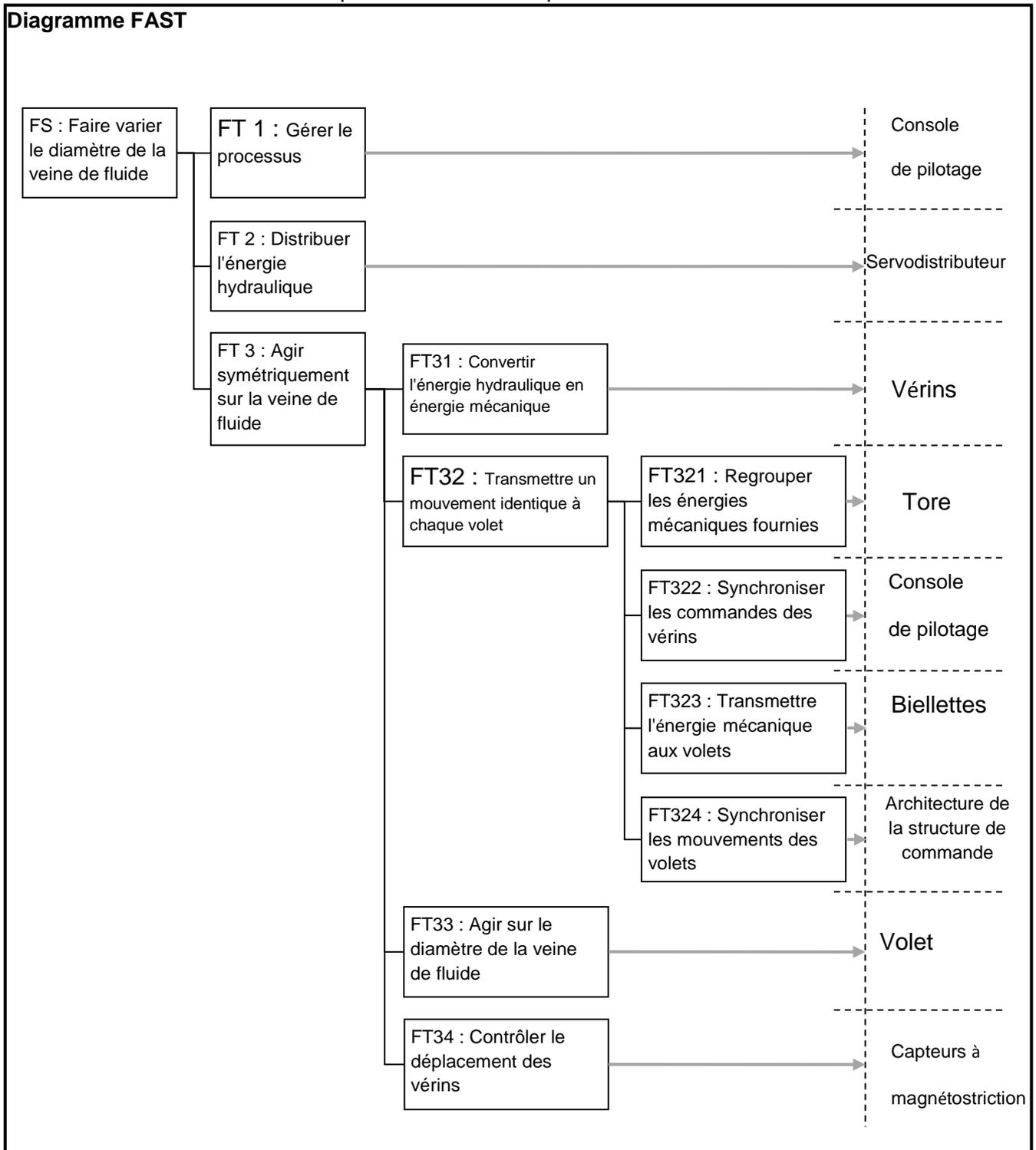
Question 2

Compléter le schéma de câblage hydraulique du vérin en reliant les composants. Préciser la désignation et/ou la fonction des éléments indiqués.



Question 3

Après lecture du diagramme FAST proposé sur le cahier réponse, indiquer les éléments réalisant les différentes fonctions du niveau le plus bas de la description.



PARTIE B

**MODÉLISATION DE LA CHAÎNE FONCTIONNELLE
RÉALISANT LA FONCTION DE SERVICE
"FAIRE VARIER LE DIAMÈTRE DE LA VEINE DE FLUIDE"**

B1 – MODÉLISATION DU COMPORTEMENT CINÉMATIQUE DU MÉCANISME

Question 4

Écrire la relation vectorielle traduisant la fermeture géométrique de la chaîne de solides. En déduire les deux équations scalaires en projection dans la base \vec{x}_1, \vec{y}_1 .

$$\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CO} = \vec{0}$$

$$\begin{cases} x + l \cos \beta + h \sin \alpha - l = 0 \\ h + l \sin \beta - h \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

Question 5

En éliminant l'inconnue β , exprimer α en fonction de x . Puis le diamètre D de la veine fluide en fonction de α et D_0 le diamètre initial de la tuyère.

$$\begin{cases} l \cos \beta = l - x - h \sin \alpha \\ l \sin \beta = -h + h \cos \alpha \end{cases}$$

$$l^2 = l^2 - 2lx + x^2 - 2h(l-x)\sin \alpha + h^2 \sin^2 \alpha + h^2 - 2h^2 \cos \alpha + h^2 \cos^2 \alpha$$

$$2h(l-x)\sin \alpha + 2h^2 \cos \alpha = x^2 - 2lx + 2h^2$$

$$(l-x)\sin \alpha + h \cos \alpha = \frac{x^2 - 2lx + 2h^2}{2h}$$

On a aussi :

$$D = D_0 - 2L \sin \alpha$$

Question 6

On donne figure 8 le tracé de la fonction $D(x)$ déduite de la question précédente. Peut-on linéariser cette fonction sur cet intervalle ? Si oui, proposer une expression affine de D en fonction de x .

Oui, $D = -2x + D_0$

Question 7

À partir du résultat de la question précédente, déduire du cahier des charges relatif à la fonction de service les niveaux des critères à valider pour la commande des vérins (course, temps de réponse,

précision).

$C = 100\text{mm}$

$T_{5\%} = 4\text{s}$

$\varepsilon_S = 0$

$\varepsilon_T = 1\text{mm pour } 50\text{mm/s sur } D$

$\dot{D} = -2\dot{x}$

B2 – MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DU SERVO-DISTRIBUTEUR HYDRAULIQUE

Question 8

À partir de la courbe de débit et des caractéristiques fournies, proposer une valeur numérique pour le gain K_D du servo-distributeur (on négligera pour cela la légère non linéarité perceptible sur la courbe).

$K_D = 0,6\text{l/min/v}$ ou $K_D = 10^{-5}\text{m}^3/\text{s/V}$

Calculer

B3

Question 9

En
La
Donc

Question 10

Donner

$$\hat{x}_{\max} = 100\text{mm} \rightarrow \frac{100}{5 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^4 \text{ positions}$$

Ce

Question 11

Quelle
Une

Question 12

Donner

$$H_v p = \frac{X p}{Q p} = \frac{1}{Sp}$$

Question 13

Donner

$$H_{BF} p = \frac{X p}{X_{ref} p} = \frac{K_c \frac{K_p K_u K_D}{Sp}}{1 + K_c \frac{K_p K_u K_D}{Sp}} = \frac{1}{1 + \frac{S}{K_c K_p K_u K_D} p}$$

$$K=1$$

$$T = \frac{S}{K_c K_p K_u K_D}$$

Question 14

Quelle

$$\varepsilon_s = 0,$$

Question 15

Proposer

$$t_{5\%} = 3T = 4s$$

$$\Rightarrow T = \frac{4}{3}$$

$$3S / K_c K_p K_u K_D = 4 \Rightarrow K_p = 3S / 4K_c K_u K_D$$

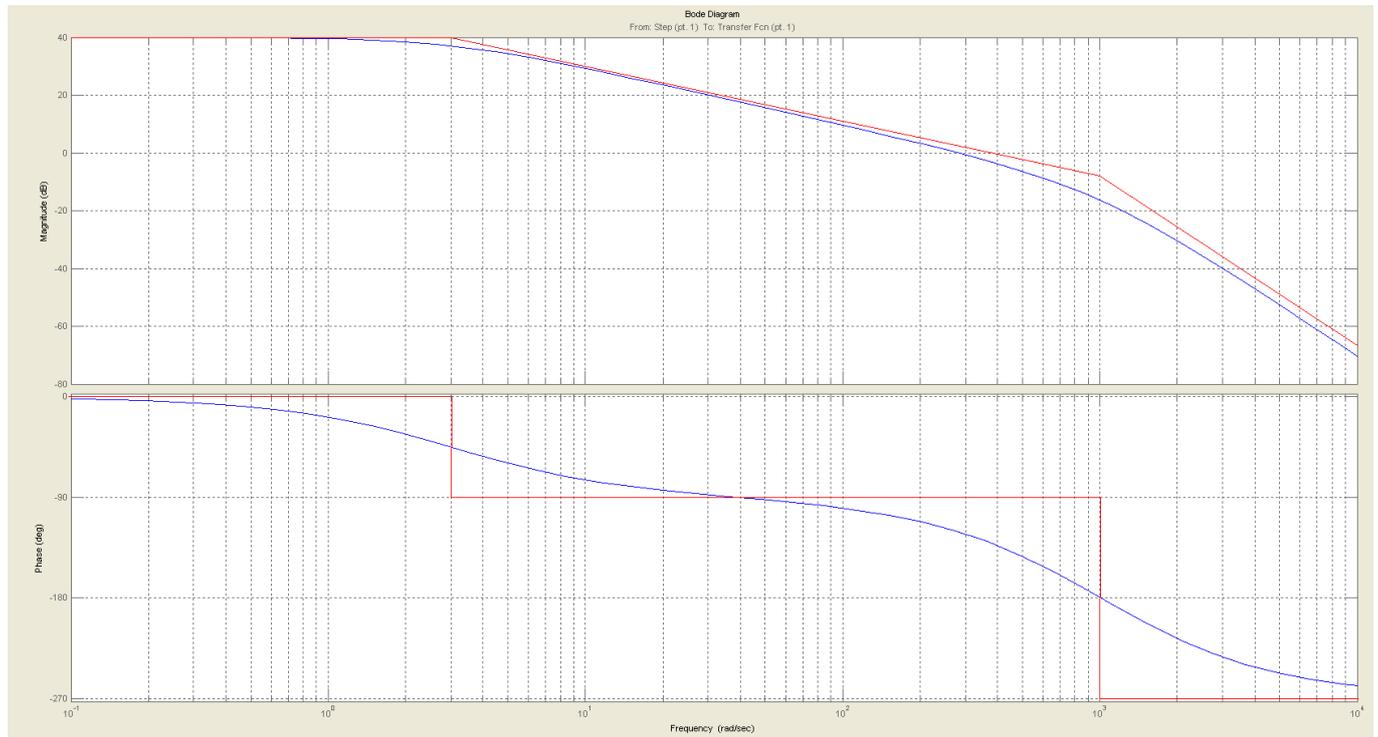
PARTIE C

**SYNTHÈSE DU CORRECTEUR
DE LA COMMANDE EN POSITION D'UN VÉRIN**

C1 – MODÉLISATION DE LA BOUCLE OUVERTE NON CORRIGÉE

Question 16

Proposer à partir de ce tracé, une expression pour la fonction de transfert $H_V(p)$. On justifiera la réponse en traçant les diagrammes asymptotiques correspondants et en déterminant tous les coefficients utiles. On précise que les coefficients ont été choisis afin d'optimiser la rapidité du vérin.



La forme de la fonction de transfert $H_V(p)$ est :

$$H_V(p) = \frac{K_V}{(1 + \tau p) \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2} \right)}$$

Pour optimiser la rapidité du vérin, on choisit $\xi = 0,7$

$$\tau = \frac{1}{3}$$

$$\omega_0 = 1000$$

$$40 = 20 \log(K_V) \Rightarrow \log(K_V) = 2$$

$$K_V = 100$$

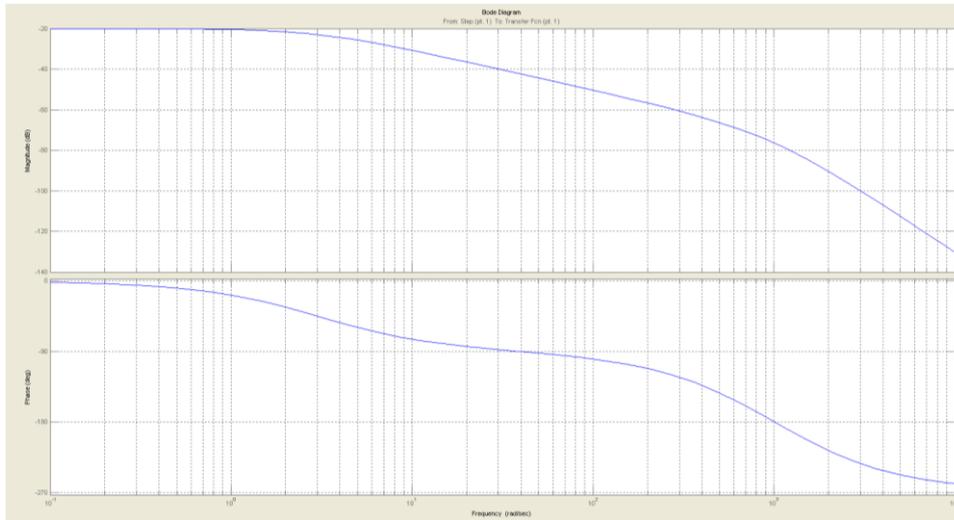
Question 17

En déduire la valeur du gain statique en boucle ouverte non corrigée du système. On notera ce terme K_{BONC} . Tracer en rouge, sur le Bode de la question 33, le diagramme de la fonction de transfert en boucle ouverte du système complet non corrigé.

$$K_{BONC} = K_c K_u K_D K_V$$

$$K_{BONC} = 0,1$$

$$20 \log(0,1) = -20$$



C2 – ANALYSE DES PERFORMANCES EN CORRECTION PROPORTIONNELLE

Question 18

Donner l'ordre et la classe du système ainsi corrigé.

Le système ainsi corrigé est d'ordre 3 et de classe 0

Question 19

Pour $K_p = 10$, donner les valeurs de l'erreur statique pour une consigne de 100 mm et de l'erreur de traînage pour une consigne de vitesse de 25 mm/s. Le système peut-il répondre aux exigences de précision du cahier des charges ?

$$K = \frac{K_{BONC}}{1 + K_{BONC}} = \frac{1}{2}$$

$$\varepsilon_s = 50mm$$

$$\varepsilon_v = \infty$$

Non, Le système ne peut pas répondre aux exigences de précision du cahier des charges.

Question 20

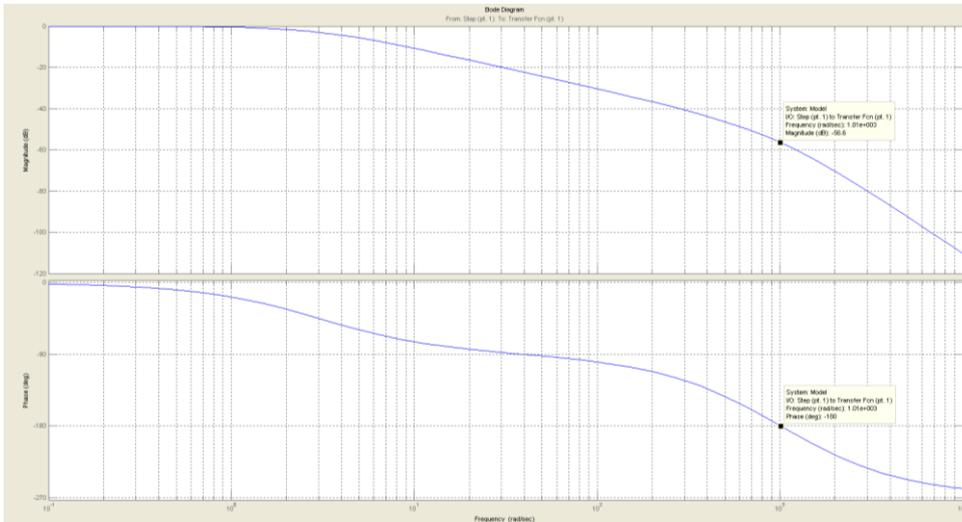
Le système comporte-t-il un risque d'instabilité ? Si oui, préciser pour quelle valeur de K_p l'instabilité est possible (on attend une méthode graphique et un résultat sous la forme d'une puissance de 10). Conclure.

Oui, le système comporte un risque d'instabilité

Si pour $\varphi = -180^\circ$, K_p est tel que le gain G est positif.

$$K_p = 6300$$

Même avec une telle valeur de K_p , le système ne répondrait pas aux exigences en terme de précision. Le cahier des charges n'est pas validé.

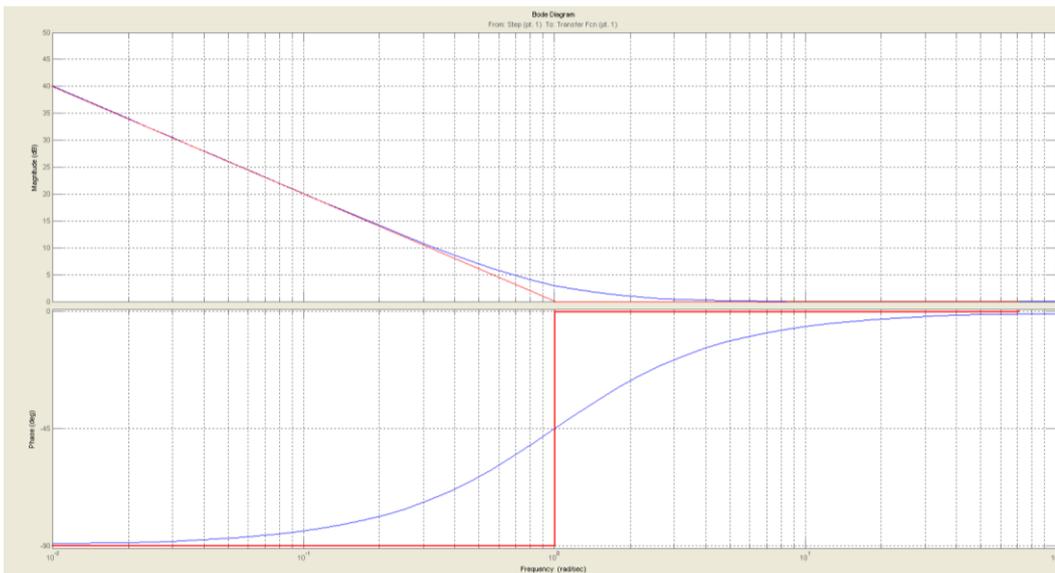


C3 – RÉGLAGE D'UNE CORRECTION PROPORTIONNELLE ET INTÉGRALE

Question 21

Tracer une représentation dans le plan de Bode de la fonction $C(p)$. On demande le diagramme asymptotique ainsi que l'allure des courbes réelles.

$$C(p) = K_i \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p} \right) = K_i \cdot \left(\frac{1 + T_i \cdot p}{T_i \cdot p} \right)$$



Question 22

Donner l'ordre et la classe du système ainsi corrigé.

L'ordre du système ainsi corrigé est 3 et la classe 1.

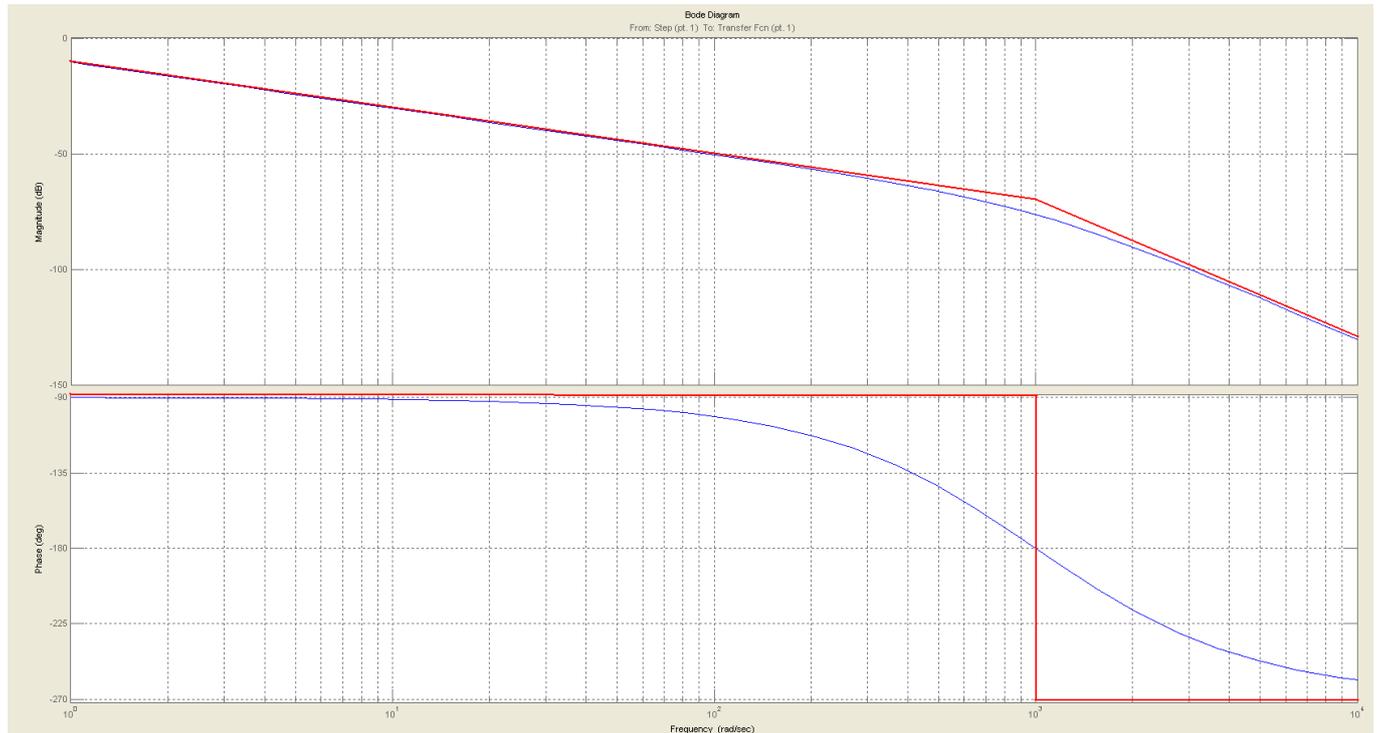
Question 23

Quelle valeur de T_i permet de compenser le mode le plus lent du système non corrigé ?

$$T_i = \frac{1}{3}$$

Question 24

Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système ainsi corrigé pour $K_i = 1$ (asymptotes et allures des courbes réelles).



Question 25

Quelle valeur de K_i garantit les exigences de précision du cahier des charges ?
Le système ainsi corrigé est de classe 1. On peut donc en déduire que :

- $\varepsilon_s = 0mm$
- $\varepsilon_v = \frac{V_0}{K_{BO}}$ avec $K_{BO} = \frac{K_{BONC} K_i}{T_i}$

Le cahier des charges impose $\varepsilon_v < 1$

On en déduit donc $\frac{K_{BONC} K_i}{T_i} > V_0$

soit $K_i > \frac{V_0 T_i}{K_{BONC}}$

Application numérique : $K_i=83,3$

Question 26

Estimer pour cette valeur les marges de gain et de phase du système et conclure sur le choix de cette correction. On pourra prendre une valeur approchée de K_i et on rappelle, si besoin, que $\log 2 \approx 0,3$.

Sur le diagramme pour $K_i=1$ (question 41), on peut lire une marge de gain de 75 dB environ (écart à 0 dB lorsque la phase vaut -180°).

Avec $K_i = 80$, la courbe de gain est remontée de $20 \cdot \log(80)$

Or, $20 \cdot \log(80) = 20 \cdot (\log(10) + 3 \cdot \log(2)) = 20 \cdot (1 + 0,9) = 38$ dB

Le marge de gain chute donc à 37 dB ce qui reste supérieur à la limite du cahier des charges.

SI A 2011 Corrigé

La phase obtenue pour $K_i=1$ et à -38 dB vaut -90° . La marge de phase est donc de 90° et le cahier des charges est donc validé.

PARTIE D

VALIDATION DE L'ARCHITECTURE MÉCANIQUE DE LA STRUCTURE RÉALISANT LA CHAÎNE D'ÉNERGIE

D1 – ÉTUDE D'UNE COMMANDE AVEC UN SEUL ACTIONNEUR

Question 27

À partir du graphe de structure (graphe des liaisons) donné dans le cahier réponse, compléter le tableau du cahier réponse en précisant pour chaque liaison, sa désignation, les éléments géométriques caractéristiques, la forme du torseur cinématique V_k , c'est-à-dire l'expression des éléments de réduction en fonction des paramètres p_k, q_k, r_k, u_k, v_k et w_k dans la base locale de la liaison et la forme du torseur d'actions mécaniques transmissibles F_k , c'est-à-dire l'expression des éléments de réduction en fonction des paramètres X_k, Y_k, Z_k, L_k, M_k et N_k dans la base locale de la liaison.

Liaison	Désignation	Éléments géométriques	Torseur cinématique	Torseur des actions mécaniques transmissibles
L ₁	Glissière	suivant \bar{x}_1	$V_1 \equiv \begin{Bmatrix} 0 & u_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	$F_1 \equiv \begin{Bmatrix} 0 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & N_1 \end{Bmatrix}$
L ₂	rotule	De centre D	$V_1 \equiv \begin{Bmatrix} p_2 & 0 \\ q_2 & 0 \\ r_2 & 0 \end{Bmatrix}_D$	$F_1 \equiv \begin{Bmatrix} X2 & 0 \\ Y2 & 0 \\ Z2 & 0 \end{Bmatrix}_D$
L ₃	ponctuelle	De normale $I_1 \bar{n}_1$	$V_3 \equiv \begin{Bmatrix} p_3 & u_3 \\ q_3 & 0 \\ r_3 & w_3 \end{Bmatrix}_{O, B_{locale}}$	$F_1 \equiv \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y3 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O, B_{locale}}$
L ₄	ponctuelle	De normale $I_2 \bar{n}_2$	$V_4 \equiv \begin{Bmatrix} p_4 & u_4 \\ q_4 & 0 \\ r_4 & w_4 \end{Bmatrix}_{O, B_{locale}}$	$F_1 \equiv \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y4 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O, B_{locale}}$
L ₅	pivot	D'axe $A \bar{z}_3$	$V_5 \equiv \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_5 & 0 \end{Bmatrix}_A$	$F_5 \equiv \begin{Bmatrix} X5 & L5 \\ Y5 & M5 \\ Z5 & 0 \end{Bmatrix}_A$
L ₆	pivot	D'axe $B \bar{z}_3$	$V_6 \equiv \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_6 & 0 \end{Bmatrix}_B$	$F_6 \equiv \begin{Bmatrix} X6 & L6 \\ Y6 & M6 \\ Z6 & 0 \end{Bmatrix}_B$
L ₇	pivot	D'axe $C \bar{z}_3$	$V_7 \equiv \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_7 & 0 \end{Bmatrix}_C$	$F_7 \equiv \begin{Bmatrix} X7 & L7 \\ Y7 & M7 \\ Z7 & 0 \end{Bmatrix}_C$

Question 28

Déterminer la liaison équivalente L_{eq34} aux deux liaisons L_3 et L_4 situées entre le solide **1** et le solide **3**. On attend une démonstration par le calcul. On précisera la forme du torseur des actions transmissibles

F_{eq34} .

$$F_{eq34} = F_3 + F_4 = \left\{ \begin{array}{c} Y_3 \vec{n}_1 + Y_4 \vec{n}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O$$

$$F_{eq34} = \left\{ \begin{array}{c} Y_3 \cos \alpha \vec{y}_1 - \sin \alpha \vec{z}_1 + Y_4 \cos \alpha \vec{y}_1 + \sin \alpha \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O$$

$$F_{eq34} = \left\{ \begin{array}{c} Y_3 + Y_4 \cos \alpha \vec{y}_1 + Y_3 - Y_4 \sin \alpha \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O$$

$$F_{eq34} = \left\{ \begin{array}{c} Y_{eq34} \vec{y}_1 + Z_{eq34} \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O$$

Donc la liaison équivalente L_{eq34} est une linéaire annulaire d'axe O, \vec{x}_1

Question 29

Déterminer la liaison équivalente L_{eq12} aux deux liaisons L_1 et L_2 situées entre le solide **1** et le solide **3**. On attend une démonstration par le calcul. On précisera la forme du torseur des actions transmissibles

F_{eq12} .

$$V_{eq12} = V_1 + V_2 = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ u_1 \vec{x}_1 \end{array} \right\}_D + \left\{ \begin{array}{c} p_2 \vec{x} + q_2 \vec{y} + r_2 \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D$$

$$V_{eq12} = \left\{ \begin{array}{c} p_2 \vec{x} + q_2 \vec{y} + r_2 \vec{z} \\ u_1 \vec{x}_1 \end{array} \right\}_D$$

Donc la liaison équivalente L_{eq12} est une linéaire annulaire d'axe D, \vec{x}_1

$$F_{eq34} = \left\{ \begin{array}{c} Y_{eq12} \vec{y}_1 + Z_{eq12} \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D$$

Question 30

Déterminer la liaison équivalente L_{eq} aux deux liaisons L_{eq34} et L_{eq12} situées entre le solide **1** et le solide **3**. On attend une démonstration par le calcul. On précisera la forme du torseur des actions transmissibles F_{eq} .

Justifier que la commande avec un seul vérin ne satisfait pas le cahier des charges.

$$F_{eq} = F_{eq34} + F_{eq12} = \left\{ \begin{array}{c} Y_{eq34} \vec{y}_1 + Z_{eq34} \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O + \left\{ \begin{array}{c} Y_{eq12} \vec{y}_1 + Z_{eq12} \vec{z}_1 \\ \overrightarrow{OD} \wedge Y_{eq12} \vec{y}_1 + Z_{eq12} \vec{z}_1 \end{array} \right\}_O$$

$$F_{eq} = \left\{ \begin{array}{c} Y_{eq} \vec{y}_1 + Z_{eq} \vec{z}_1 \\ a \vec{x}_1 + R \vec{y}_1 \wedge Y_{eq12} \vec{y}_1 + Z_{eq12} \vec{z}_1 \end{array} \right\}_O$$

$$F_{eq} = \left\{ \begin{array}{c} Y_{eq} \vec{y}_1 + Z_{eq} \vec{z}_1 \\ a Y_{eq12} \vec{z}_1 - a Z_{eq12} \vec{y}_1 + R Z_{eq12} \vec{x}_1 \end{array} \right\}_O$$

$$F_{eq} = \left\{ \begin{array}{c} Y_{eq} \vec{y}_1 + Z_{eq} \vec{z}_1 \\ a Y_{eq12} \vec{z}_1 + Z_{eq12} \left(\vec{x}_1 - a \vec{y}_1 \right) \end{array} \right\}_O$$

Posons \vec{x}_{eq} le vecteur normal au plan $(\overrightarrow{OD}, \vec{z}_1)$

$$F_{eq} = \left\{ \begin{array}{c} Y_{eq} \vec{y}_1 + Z_{eq} \vec{z}_1 \\ L_{eq12} \vec{x}_{eq} + N_{eq} \vec{z}_1 \end{array} \right\}_O$$

$$V_{eq} = \left\{ \begin{array}{c} q_{eq} \vec{y}_{eq} \\ u_1 \vec{x}_1 \end{array} \right\}_D \text{ Ce torseur ne correspond à aucune liaison normalisée.}$$

Le mouvement attendu entre les solides 3 et 1 est une translation rectiligne de direction x_1 qui correspond à une liaison glissière entre ces deux solides. La liaison réalisée par une structure à un seul vérin ne réalise pas une liaison glissière et ne satisfait donc pas au cahier des charges.

D2 – ÉTUDE D'UNE COMMANDE AVEC DEUX ACTIONNEURS

Question 31

À partir du graphe de structure (graphe des liaisons) donné dans le cahier réponse et associé au schéma cinématique proposé, et en vous inspirant des résultats trouvés en D1 déterminer la liaison équivalente L_{eq1} aux liaisons L_{11} , L_{21} et la liaison équivalente L_{eq2} aux liaisons L_{12} et L_{22} entre les solides 1 et 3.

La liaison équivalente L_{eq1} est une linéaire annulaire d'axe D_1, \vec{x}_1

La liaison équivalente L_{eq2} est une linéaire annulaire d'axe D_2, \vec{x}_1

Question 32

Déterminer par la méthode de votre choix, la liaison équivalente L'_{eq} aux deux liaisons L_{eq34} , L_{eq1} et L_{eq2} situées entre le solide 1 et le solide 3. On précisera la forme du torseur des actions transmissibles F'_{eq} puis le torseur cinématique V'_{eq} . Le cahier des charges est-il vérifié pour une commande avec deux vérins ?

A partir de Q47, les deux liaisons L_{eq1} et L_{eq2} donnent les torseurs au point O' milieu de $D_1 D_2$

$$F_{eq12} = \left\{ \begin{array}{c} Y_{eq12} \vec{y}_1 + Z_{eq12} \vec{z}_1 \\ L_{eq12} \vec{y}_1 + N_{eq12} \vec{z}_1 \end{array} \right\}_O$$

$$V_{eq12} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{r}_{eq12} \vec{z}_1 \\ \vec{u}_{eq12} \vec{x}_1 \end{array} \right\}_{O'}$$

La liaison L_{eq34} supprime la rotation. Donc la liaison équivalente est une liaison glissière suivant x_1 .

Le cahier des charges est donc vérifié.

D3 – ÉTUDE DE LA STRUCTURE ADOPTÉE PAR LE CONSTRUCTEUR

Question 33

Pour des raisons d'encombrement des vérins et de capacité à fournir les actions mécaniques de poussée, le bureau d'étude a finalement choisi de commander le tore avec 4 vérins pour obtenir la liaison glissière comme liaison équivalente entre les solides **1** et **3**. Quel est, dans ces conditions, le degré d'hyperstatisme du groupe de liaisons initial réalisant la liaison glissière ? Vous expliquerez brièvement, mais clairement votre raisonnement. Que pensez-vous de ce résultat sur la capacité de réalisation de cette structure ?

La liaison glissière est réalisée par 4 liaisons linéaires annulaires en parallèles entre 3 et 1 qui génèrent chacune 4 inconnues cinématiques.

$$H = E_c - I_c + m_c = 18 - 16 + 1 = 3$$

Donc 3 inconnues hyperstatiques qui imposeront 3 conditions dimensionnelles ou géométriques.